

X Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody trzeciego stopnia
(25 kwietnia 2015 r.)



1. Udowodnij, że każdą liczbę całkowitą większą od 5 można przedstawić w postaci sumy liczby pierwszej i liczby złożonej.

2. Każdą liczbę całkowitą dodatnią pomalowano na pewien kolor. Okazało się, że dla każdej pary liczb całkowitych a, b większych od 1 liczby $a + b$ i ab są tego samego koloru. Wykaż, że wszystkie liczby większe od 4 zostały pomalowane tym samym kolorem.

3. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym

$$\sphericalangle DAB + \sphericalangle ABC = 90^\circ.$$

Punkt M jest środkiem boku CD . Znając długości odcinków AD oraz BC , które wynoszą odpowiednio a oraz b , oblicz wartość wyrażenia $[ABM] - [DAM] - [BCM]$.

Uwaga. Symbol $[F]$ oznacza pole figury F .

4. Dane są takie dodatnie liczby całkowite a i b , że liczby

$$a^2 + 2b + 1 \quad \text{oraz} \quad b^2 + 2a + 1$$

są kwadratami pewnych liczb naturalnych. Wykaż, że $a = b$.

5. Czy istnieje wielościan wypukły, którego dokładnie jedna ściana nie jest wielokątem foremnym? Odpowiedź uzasadnij.

Honorowy patronat Małżonki Prezydenta RP Pani Anny Komorowskiej

MINISTERSTWO
EDUKACJI
NARODOWEJ



Stowarzyszenie
na rzecz Edukacji
Matematycznej

