

## Kilka słów wstępu

W bieżącej edycji Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów wprowadzono istotną zmianę w formule zawodów stopnia pierwszego. Celem zwiększenia zainteresowania zawodami, do tradycyjnej części korespondencyjnej dołączono organizowaną w zarejestrowanych gimnazjach część testową.

Efekty znacznie przerosły oczekiwania organizatorów — w stosunku do zeszłego roku liczba uczestników wzrosła kilkunastokrotnie! W odpowiedzi na tak wielki skok popularności, środowisko OMG podjęło szereg inicjatyw mających na celu utrzymanie tego pozytywnego trendu. Przykładem jednej z nich jest znajdująca się w Twoich rękach gazetka, w której chcielibyśmy zamieszczać ciekawostki dotyczące Olimpiady, propozycje kółek matematycznych, informacje o naukowych sukcesach uczestników OMG oraz inne artykuły związane z olimpiadą matematyczną. Będziemy wdzięczni za wszelkie uwagi, pomysły i opinie dotyczące periodyku, gdyż nic tak nie mobilizuje twórców jak pozytywny odzew Czytelników. Życzymy miłej lektury!

Redakcja

## O Olimpiadzie Matematycznej

Pierwsze zawody matematyczne odbyły się na Węgrzech w 1894 roku. Kilka lat po zakończeniu II Wojny Światowej naukowe środowiska matematyczne większości krajów tzw. bloku wschodniego, w tym Polski, rozpoczęły w swoich krajach organizację corocznych olimpiad matematycznych, zaadresowanych do najbardziej uzdolnionej młodzieży szkół średnich. We wszystkich tych krajach, olimpiady osiągnęły olbrzymi sukces. Sprawił on, że idea organizacji podobnych zawodów (nie tylko matematycznych) zaczęła się bardzo szybko rozprzestrzeniać. Trudno byłoby dzisiaj wskazać kraj na świecie, w którym olimpiada matematyczna nie jest organizowana.

W Polsce Olimpiada Matematyczna (OM) odbywa się od 1949 roku i jest drugą (po węgierskiej), olimpiadą na świecie, której zasięg obejmuje cały kraj oraz pierwszą olimpiadą przedmiotową w Polsce.

Od 1959 roku zwycięzcy olimpiad matematycznych w swoich krajach rywalizują na corocznej Międzynarodowej Olimpiadzie Matematycznej (International Mathematical Olympiad). W ten sposób olimpiada matematyczna stała się ogólnosiwiatowym ruchem intelektualnym najzdolniejszej młodzieży szkolnej o wysokim poziomie merytorycznym. Polscy uczniowie aktywnie uczestniczą w nim od samego początku. Ich sukcesy na arenie międzynarodowej oraz starania polskich uczelni o finalistów OM potwierdzają wysoki, światowy poziom merytoryczny polskiej Olimpiady Matematycznej.

Przepaść jakościowa między zadaniami maturalnymi a zadaniami OM, jaka ukształtowała się przez lata jest — nawet przez zdolnego ucznia — trudna do pokonania bez aktywnej samodzielnej pracy, wspomaganą przez nauczyciela. Z drugiej strony, niespełna trzyletni okres nauki w szkole ponadgimnazjalnej jest dla wielu uczniów zbyt krótki, aby móc tę przepaść pokonać. Dlatego w 2005 roku powstała Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów (OMG). Jej twórcy byli zdania, że czas nauki w gimnazjum może zostać efektywnie wykorzystany do wypełnienia luki pomiędzy standardami szkolnymi a standardami OM. Zaledwie kilkuletnie istnienie OMG potwierdziło to przypuszczenie: OMG dostarcza swoim uczestnikom solidne podstawy do udziału w Olimpiadzie Matematycznej już u progu nauki w szkole ponadgimnazjalnej, a niektórzy uczniowie osiągają ten poziom znacznie szybciej.

W bieżącym roku szkolnym formuła organizacyjna zawodów pierwszego stopnia Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów została rozbudowana o część testową. Przyniosło to znaczny wzrost zainteresowania OMG — co czwarte gimnazjum w Polsce bierze obecnie udział w naszej Olimpiadzie. Mamy nadzieję, że to nowe rozwiązanie przyczyni się do trwałego zwiększenia zainteresowania Olimpiadą Matematyczną Gimnazjalistów.

Komitet Główny OMG

## Sześciokąty równokątne

Zadanie 8 z testu próbnego tegorocznej edycji OMG dotyczyło sześciokątów, których wszystkie kąty wewnętrzne są równe. Na pierwszy rzut oka wydawać by się mogło, że takie sześciokąty muszą być foremne. Tak jednak nie jest i aby się o tym przekonać, poczyńmy najpierw pewną obserwację.

Niech  $ABCDEF$  będzie sześciokątem, w którym wszystkie kąty wewnętrzne są równe. Jeśli przedłużymy boki  $BC$ ,  $DE$  i  $FA$  tego sześciokąta, to otrzymamy trójkąt równoboczny  $PQR$  (rys. 1). Istotnie, bowiem

$$\sphericalangle RPQ = \sphericalangle APB = 180^\circ - \sphericalangle BAP - \sphericalangle ABP = 60^\circ$$

i podobnie  $\sphericalangle PQR = 60^\circ$ .

Również na odwrót — każdy sześciokąt, którego wszystkie kąty wewnętrzne są równe, możemy otrzymać przez usunięcie trzech narożnych trójkątów równobocznych (byle na siebie nie zachodziły). I jeśli tylko usuwane trójkąty nie będą przystające i jednocześnie trzy razy mniejsze od wyjściowego trójkąta, to otrzymany sześciokąt nie będzie foremny.

Takie sześciokąty nazywamy *równokątnymi*. Okazuje się, że mają one wiele ciekawych własności i w dowodzeniu ich bardzo pomaga wyżej opisane „uzupełnianie” do trójkąta równobocznego. Przyjrzyjmy się zatem

kilku przykładom.

### Zadanie 1. (VII OMG, test próbny)

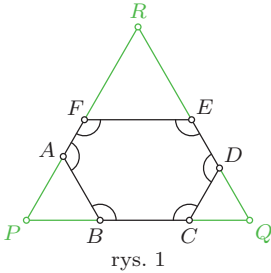
Wszystkie kąty sześciokąta wypukłego  $ABCDEF$  są równe. Udowodnij, że proste  $AB$  i  $DE$  są równoległe.

#### Rozwiązanie

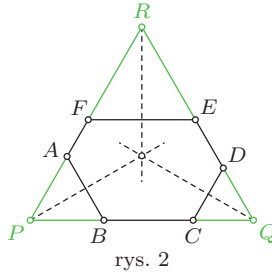
Uzupełniamy sześciokąt  $ABCDEF$  do trójkąta równobocznego  $PQR$ , przedłużając boki  $BC$ ,  $DE$  oraz  $FA$  (rys. 1). Wtedy

$$\sphericalangle DQC + \sphericalangle QBA = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ,$$

zatem proste  $AB$  i  $DE$  są równoległe.



rys. 1



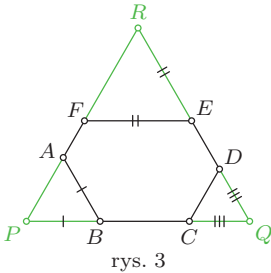
rys. 2

### Zadanie 2. (II OMG, zawody stopnia drugiego)

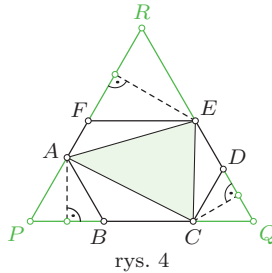
Miara każdego kąta sześciokąta  $ABCDEF$  jest równa  $120^\circ$ . Udowodnij, że symetralne odcinków  $AB$ ,  $CD$  i  $EF$  przecinają się w jednym punkcie.

#### Rozwiązanie

Podobnie jak poprzednio, uzupełniamy dany sześciokąt do trójkąta równobocznego  $PQR$  (rys. 2). Wtedy trójkąty  $ABP$ ,  $CDQ$ ,  $EFR$  są równoboczne. Zatem symetralna odcinka  $AB$  jest jednocześnie dwusieczną kąta  $APB$  trójkąta  $ABP$ , a więc również dwusieczną kąta  $RPQ$  trójkąta równobocznego  $PQR$ . Analogicznie, symetralne odcinków  $CD$  i  $EF$  są odpowiednio dwusiecznymi kątów  $PQR$  i  $QRP$  trójkąta  $PQR$ . A zatem rozpatrywane symetralne przecinają się w jednym punkcie.



rys. 3



rys. 4

### Zadanie 3.

Udowodnij, że sumy długości par boków wychodzących z dwóch przeciwległych wierzchołków sześciokąta równokątnego są równe.

#### Rozwiązanie

Wystarczy, jeśli wykazemy, że sumy długości par boków wychodzących z wierzchołków  $B$  i  $E$  sześciokąta  $ABCDEF$  są równe, gdyż dla pozostałych dwóch par postąpimy analogicznie. Podobnie, jak w poprzednim zadaniu, uzupełniamy dany sześciokąt do trójkąta równobocznego  $PQR$  (rys. 3).

Trójkąty  $ABP$ ,  $CDQ$  i  $EFR$  są więc równoboczne, a zatem  $BA = BP$ ,  $EF = ER$  i  $CQ = DQ$ . Stąd

$$\begin{aligned} BA + BC &= BP + BC = PC = PQ - CQ = \\ &= QR - DQ = DR = ED + ER = ED + EF. \end{aligned}$$

### Zadanie 4.

Wykaż, że w sześciokącie równokątnym  $ABCDEF$  pola trójkątów  $ACE$  i  $BDF$  są równe.

### Rozwiązanie

Ponownie posłużymy się uzupełnieniem danego sześciokąta  $ABCDEF$  do trójkąta równobocznego  $PQR$  (rys. 4). Wygodnie będzie nam przedstawić pole trójkąta  $ACE$  jako różnicę pola sześciokąta  $ABCDEF$  oraz pól trójkątów  $ABC$ ,  $CDE$  i  $EFA$ . Podobnie pole trójkąta  $BDF$  możemy przedstawić jako różnicę pola sześciokąta  $ABCDEF$  oraz pól trójkątów  $BCD$ ,  $DEF$  i  $FAB$ . Wystarczy zatem wykazać, że

$$[ABC] + [CDE] + [EFA] = [BCD] + [DEF] + [FAB],$$

gdzie  $[XYZ]$  oznacza pole trójkąta  $XYZ$ .

Przyjmijmy oznaczenia:  $AB = a$ ,  $CD = b$ ,  $EF = c$ . Niech ponadto  $\ell$  będzie długością boku trójkąta równobocznego  $PQR$ . Wtedy  $BC = \ell - a - b$ ,  $DE = \ell - b - c$  oraz  $FA = \ell - c - a$ .

Zauważmy, że długość wysokości trójkąta  $ABC$  poprowadzonej z wierzchołka  $A$  jest równa długości wysokości trójkąta równobocznego  $ABP$ , czyli  $\frac{1}{2}a\sqrt{3}$ . Stąd

$$[ABC] = \frac{1}{2} \cdot (\ell - a - b) \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Analogicznie obliczamy:

$$[CDE] = \frac{1}{2} \cdot (\ell - b - c) \cdot b \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad [EFA] = \frac{1}{2} \cdot (\ell - c - a) \cdot c \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suma powyższych trzech wyrażeń jest więc równa

$$(1) \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \left( (a+b+c)\ell - (a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca) \right).$$

W ten sam sposób obliczamy także pola trzech trójkątów w drugiej sumie:

$$[BCD] = \frac{1}{2} \cdot (\ell - a - b) \cdot b \frac{\sqrt{3}}{2}$$

oraz analogicznie

$$[DEF] = \frac{1}{2} \cdot (\ell - b - c) \cdot c \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad [FAB] = \frac{1}{2} \cdot (\ell - c - a) \cdot a \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Dodając stronami powyższe trzy wyrażenia wnosimy, że suma pól  $[BCD] + [DEF] + [FAB]$  również jest równa wartości wyrażenia (1). To kończy rozwiązanie zadania.

Można udowodnić, że powyższa równość pól ma miejsce także w każdym sześciokącie wypukłym o przeciwległych bokach równoległych (patrz np. zadanie 9 z Obozu Naukowego Olimpiady Matematycznej w Mszanie Dolnej w 2011 roku — jego rozwiązanie można znaleźć w broszurze z tego obozu dostępnej na stronie Olimpiady Matematycznej: [www.om.edu.pl](http://www.om.edu.pl)).

Na koniec podajemy kilka zadań dla Czytelników do samodzielnego rozwiązania. Wskazówki do tych zadań podamy w następnym numerze *Kwadratu*.

### Zadanie 5.

Z trójkąta równobocznego o boku 1 odcięto trzy narożne trójkąty równoboczne o bokach długości  $a$ ,  $b$ ,  $c$  otrzymując sześciokąt równokątny.

- Oblicz długość boku trójkąta równobocznego wyznaczonego przez trzy boki sześciokąta, które nie leżą na bokach danego trójkąta równobocznego.
- Oblicz pole tego sześciokąta.
- Wykaż, że suma długości jego głównych przekątnych jest nie mniejsza od  $3 - (a + b + c)$  (w sześciokącie  $ABCDEF$  główne przekątne to  $AD$ ,  $BE$  i  $CF$ ).

**Zadanie 6.**

Udowodnij, że suma odległości dowolnego punktu leżącego wewnątrz sześciokąta równokątnego od prostych zawierających jego boki jest stała.

**Zadanie 7.**

W pięciokącie wypukłym  $ABCDE$  wszystkie kąty wewnętrzne mają równe miary. Wykaż, że symetralna odcinka  $EA$ , symetralna odcinka  $BC$  i dwusieczna kąta  $CDE$  przecinają się w jednym punkcie.

Michał Kieza

**Pozory mylą**

Najtrudniejszym problemem części testowej tegorocznej edycji OMG okazało się zadanie 14., w którym należało rozstrzygnąć, czy liczba  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{2}$  jest wymierna. Nic dziwnego — zwiastujące niewymierność pierwiastki ścielą się w niej gęsto, skąd łatwo o błędną intuicję. Ku przykremu zaskoczeniu ponad 72% uczestników, badane wyrażenie okazuje się wymierne, co wynika z równości:

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{2} = -1$$

Problemy powyższego rodzaju mogą stanowić materiał na ciekawe kółko zainteresowań, odzwyczajające ucznia od traktowania symbolu pierwiastka jako świadectwa niewymierności. Przykładowo, w sposób analogiczny do poprzedniego można stwierdzić, że wymierne są liczby:

$$(1) \quad \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}, \quad \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$$

O ile wartość pierwszej z tych liczb można obliczyć podobnie jak wyżej, czyli „związując” do kwadratu podpierwiastkowe wyrażenia z wykorzystaniem wzoru

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2,$$

o tyle obliczenie wartości drugiej liczby wymaga „związnięcia” do sześcianu, przy jednoczesnym zastosowaniu bardziej zawiłej tożsamości

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3.$$

Przyjrzyjmy się teraz podobnym wyrażeniom, czyli:

$$(2) \quad (3+2\sqrt{2})^n + (3-2\sqrt{2})^n,$$

gdzie  $n$  jest nieujemną liczbą całkowitą. Aby zwiększyć czytelność tekstu i zmniejszyć jego objętość, oznaczmy powyższą liczbę przez  $a_n$ . Nietrudno stwierdzić, że  $a_0=2$  oraz  $a_1=6$ , nieco trudniejsze rachunki dowodzą równości  $a_2=34$ . Można nabrać słusznych podejrzeń, że wszystkie liczby  $a_n$  — pomimo pierwiastkowego znamienia — są całkowite. Spośród kilku uzasadnień tego spostrzeżenia, jedno wydaje się szczególnie ciekawe; rozpocznijmy od zanotowania poniższych równości:

$$(3+2\sqrt{2})^2 = 6(3+2\sqrt{2}) - 1$$

$$(3-2\sqrt{2})^2 = 6(3-2\sqrt{2}) - 1$$

Po pomnożeniu obustronnie górnej przez  $(3+2\sqrt{2})^n$ , dolnej przez  $(3-2\sqrt{2})^n$  i dodaniu stronami, otrzymamy dla każdej liczby całkowitej nieujemnej  $n$  równość:

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} - a_n$$

Powyższy wzór to przykład tzw. *wzoru rekurencyjnego* — kolejne wyrazy ciągu wyznaczane są przy pomocy wyrazów poprzednich. Nietrudno zeń wywnioskować, że skoro liczby  $a_0, a_1$  są całkowite, to liczba  $a_2 = 6a_1 - a_0$

również, zatem  $a_3 = 6a_2 - a_1 = 6 \cdot 34 - 6 = 198$  podobnie, i tak dalej... . Oczywiście, w słowach „i tak dalej” przemycamy dyskretnie zasadę indukcji matematycznej, jednak o tym Gimnazjalista dowie się zapewne dopiero na dalszych etapach edukacji.

Przedstawiona metoda posiada następujące zalety: po pierwsze, dostarcza wzoru pozwalającego błyskawicznie obliczać kolejne liczby  $a_n$ , których bezpośrednie wyznaczanie ze wzoru (2) przeraziłoby największych miłośników rachowania. Po drugie, jest skuteczna i efektywna również „w drugą stronę”, czego sztandarowym przykładem jest tzw. *ciąg Fibonacciego*. Jest to jeden z najbardziej znanych ciągów liczbowych w matematyce, określony przyjemnym, rekurencyjnym wzorem  $F_0 = 0, F_1 = 1$  oraz  $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ . Nieco mniej znane i przyjemne jest równanie *explicite* wyznaczające jego wyrazy:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

czyli *wzór Bineta*, o tyle zaskakujący, że na pierwszy rzut oka liczba z prawej strony nie wydaje się całkowita. Aby uzasadnić jego słuszność, wystarczy w odpowiedni sposób odwrócić przedstawione wcześniej rozumowanie.

Powróćmy jeszcze na chwilę do liczb  $a_n$  określonych wzorem (2) i zauważmy, że skoro  $3-2\sqrt{2} < 1$ , to dla każdej nieujemnej liczby całkowitej  $n$  mamy również

$$(3-2\sqrt{2})^n < 1.$$

Jest to więc liczba, która „dopełnia” liczbę  $(3+2\sqrt{2})^n$  do najbliższej, większej od niej liczby całkowitej  $a_n$ . Stąd nietrudno już wywnioskować, że dla każdej liczby całkowitej nieujemnej  $n$ ,

$$\{(3+2\sqrt{2})^n\} = 1 - (3-2\sqrt{2})^n$$

gdzie przez  $\{x\}$  oznaczamy część ułamkową liczby rzeczywistej, czyli różnicę między liczbą  $x$  a największą liczbą całkowitą, która liczby  $x$  nie przekracza. Powyższa formuła wygląda dość efektownie, jednak w prosty sposób wynika z poprzednich uwag.

W niniejszym artykule skoncentrowaliśmy się na liczbach postaci  $a + b\sqrt{d}$ , gdzie  $a, b, d$  są liczbami całkowitymi, a liczba  $\sqrt{d}$  jest niewymierna. Zbiór liczb tej postaci znajduje zastosowanie przy poszukiwaniu całkowitych rozwiązań  $(x, y)$  równania  $x^2 - dy^2 = 1$  zwanego *równaniem Pella*. Jest to ciekawy temat, jednak może okazać się zbyt ambitny nawet dla najbardziej zapalonych matematycznie Gimnazjalistów — nie będziemy zatem przyglądać mu się bliżej na łamach *Kwadratu*.

Na zakończenie zaproponuję kilka zadań związanych z tematyką artykułu — może staną się inspiracją do badania podobnych, interesujących problemów? Wskazówki do poniższych zadań podane zostaną w następnym numerze *Kwadratu*.

**Zadanie 1.**

Wykaż, że liczby podane wzorami (1) są wymierne.

**Zadanie 2.**

Udowodnij, że dla każdej nieujemnej liczby całkowitej  $n$ , liczbę  $(3+2\sqrt{2})^n$  można przedstawić w postaci  $a_n + b_n\sqrt{2}$ , gdzie liczby  $a_n$  i  $b_n$  są całkowite i dodatnie. Wywnioskuj stąd, że  $(3-2\sqrt{2})^n = a_n - b_n\sqrt{2}$  dla każdej nieujemnej liczby całkowitej  $n$ .



**Zadanie 3.**

Przy oznaczeniach z poprzedniego zadania wykaż, że liczby  $a_n, b_n$  spełniają równanie Pella dla  $d=2$ , tzn.  $a_n^2 - 2b_n^2 = 1$ . Wywnioskuj stąd, że któraś z liczb  $a_n - 1, a_n + 1$  jest dzielnikiem liczby  $b_n^2$ .

**Zadanie 4.**

Korzystając z zadania 2. udowodnij, że dla każdej nieujemnej liczby całkowitej  $n$ , część całkowita liczby  $(3+2\sqrt{2})^n$  jest nieparzysta. (Część całkowita liczby rzeczywistej  $x$  to największa liczba całkowita, która nie przekracza  $x$ .)

Lukasz Rajkowski

**Poznać kwadrat opuszką palca**

Wśród szkół startujących w VII OMG znajduje się Gimnazjum nr 68 z Krakowa, wchodzące w skład ośrodka szkolno-wychowawczego dla dzieci niewidomych i słabowidzących. Jest to pierwsza szkoła o takiej specjalizacji, jaka kiedykolwiek wystartowała w Olimpiadzie. O specyfice nauczania dzieci z wadami wzroku oraz stawianych im wymaganiach rozmawialiśmy z wicedyrektorem placówki, panem Jackiem Jarczykiem.

*Lukasz Rajkowski: Czy młodzież niewidomą charakteryzuje szczególne podejście do nauki?*

*Jacek Jarczyk: Z moich doświadczeń wynika, że nie. Naukę traktują podobnie jak ich rówieśnicy z innych gimnazjów i jak wszędzie można wśród nich znaleźć osoby mniej lub bardziej zainteresowane szkołą.*

*LR: Co odróżnia program nauczania dzieci z wadami wzroku od tego dla dzieci widzących?*

*JJ: Nic. Wymagania programowe są dokładnie te same, choć oczywiście ich zrealizowanie jest dużo bardziej czasochłonne. Poznawanie świata przez opuszek palca wymaga od ucznia wielkiej koncentracji i zaangażowania. O wiele trudniej jest naszym podopiecznym przyswoić nowe pojęcia, zwłaszcza te rodzące się ze wzrokowej obserwacji otaczającej nas rzeczywistości.*

*LR: ... co z pewnością czyni szczególne wyzwanie z nauczania na przykład geometrii.*

*JJ: Dokładnie. W przypadku najprostszych figur, jak trójkąt czy kwadrat, korzystamy z modeli, które dziecko może wziąć w ręce i zbadać. Przy obiektach przestrzennych posługujemy się bryłami wykonanymi z patyczków magnetycznych lub poskręcane go papieru. Ponadto możemy wykonywać obrazki na papierze puchnącym (pod wpływem obróbki termicznej uwypukla się on na elementach pokrytych tonerem – przyp. red.). Niestety, dziecko nie ma możliwości stworzenia i badania własnych rysunków, co w oczywisty sposób ogromnie utrudnia rozwiązywanie zadań z tego działu.*

*LR: Jakie formy zajęć pozalekcyjnych oferuje szkoła?*

*JJ: Poza zajęciami wyrównawczymi, organizowane są warsztaty z rozpoznawania przestrzeni małej (czyli tej, którą dziecko poznaje przy pomocy własnych dłoni) i dużej (związanej z chodzeniem i pokonywaniem dużych odległości). Dla osoby niewidomej są to kluczowe umiejęt-*

*ności na drodze do usamodzielnienia się. Każdy absolwent, któremu się to udało, jest dla nas powodem do dumy.*

*LR: A od strony bardziej naukowej? W jaki sposób szkoła motywuje uczniów do przysiadania nad książkami, co wymaga od nich szczególnego wysiłku?*

*JJ: W naszym gimnazjum organizujemy projekty, mające uatrakcyjnić uczniom naukę poszczególnych przedmiotów. W przypadku fizyki i chemii najczęściej polegają one na przeprowadzaniu doświadczeń ilustrujących poznawaną na lekcjach teorię. Podczas zeszłorocznego projektu z matematyki, młodzież sprawdzała poprawność modelu człowieka witruwiańskiego (studium proporcji ciała ludzkiego wykonane przez Leonarda da Vinci – przyp. red.), przykładając go do swoich kolegów i koleżanek, a także nauczycieli. Ich pomiary szczęśliwie potwierdziły prawdziwość modelu.*

*LR: Leonardo da Vinci na pewno odetchnął z ulgą. Powróćmy jeszcze na chwilę do matematyki – wiadomo, że pismo brajlowskie polega na przyporządkowaniu literom pewnych symboli. Jak to jest jednak z formułami matematycznymi? Czy dla nich również przewidziano miejsce w alfabecie Braille'a?*

*JJ: Oczywiście. Matematyka, jak również fizyka i chemia, posiadają własne notacje w systemie Braille'a. Ich ewentualne modyfikacje są dyskutowane i wprowadzane podczas specjalnych zebrań, w których uczestniczą dyrektorzy wszystkich dziesięciu polskich placówek uczących dzieci niewidome i słabowidzące. Ze zrozumiałych względów stosowanie Braille'a znacząco zwiększa objętość tekstów skierowanych do ucznia – podczas gdy standardowy arkusz egzaminacyjny posiada na przykład 8 stron, ten z którym musi zmierzyć się uczeń niewidomy zajmuje aż 24.*

*LR: Powiedział Pan o spotkaniach, podczas których uzgadniane są zmiany w notacji matematycznej. Czy oznacza to, że nie posiada ona charakteru międzynarodowego?*

*JJ: Zgadza się, brajlowska notacja matematyczna, fizyczna i chemiczna ma jedynie charakter ogólnopolski. Może się zatem zdarzyć, że napisane w innym kraju formuły matematyczne okażą się zupełnie niezrozumiałe dla niewidomego Polaka.*

*LR: W jaki sposób szkoła dowiedziała się o OMG? Skąd wzięła się inicjatywa przystąpienia?*

*JJ: W lipcu przeczytałem zamieszczone na stronie internetowej MEN ogłoszenie o Olimpiadzie, następnie otrzymałem informację o zawodach od organizatorów. Przekonałem naszą nauczycielkę matematyki do zostania koordynatorem i w taki sposób przystąpiliśmy do I etapu.*

*LR: Przewiduje Pan uczestnictwo w przyszłym roku?*

*JJ: Tak. Chwałę sobie współpracę z OMG, a każde zawody są dla uczniów dobrą okazją do przeciwiczenia się w sytuacjach egzaminacyjnych. To się uczniom na pewno przyda, nie tylko w szkole.*

*LR: Cieszę się z takiej deklaracji i serdecznie dziękuję za rozmowę.*