

# Obóz Naukowy Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Liga zadaniowa 2012/2013

Seria V (listopad 2012)



**21.** Udowodnij, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $n$ , równanie

$$x^n + y^{n+1} = z^{n+2}$$

ma rozwiązanie w liczbach całkowitych dodatnich  $x, y, z$ .

**22.** Udowodnij, że istnieje taka liczba całkowita dodatnia  $n$ , że dla dowolnej liczby całkowitej  $a$  liczba

$$(a^5)^n - a$$

jest podzielna przez 9991.

**23.** Dana jest liczba całkowita dodatnia  $n$ . Udowodnij, że pewna jej wielokrotność ma w zapisie dziesiętnym tylko cyfry mniejsze od 3, a przy tym cyfr tych jest nie więcej niż  $(n+1)/2$ .

**24.** Okrąg, którego średnicą jest wysokość  $AH$  trójkąta  $ABC$ , przecina boki  $AB$  i  $AC$  odpowiednio w punktach  $D$  i  $E$ . Niech  $O$  będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ . Wykaż, że prosta  $OA$  jest prostopadła do prostej  $DE$ .

**25.** Pewien wielościan wypukły ma  $n$  wierzchołków. Oblicz sumę kątów płaskich wszystkich jego ścian.



*Urszula Pastwa*  
Kierownik naukowy obozu

