

Obóz Naukowy Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Liga zadaniowa 2012/2013

Seria VI (grudzień 2012)



26. Udowodnij, że istnieje 10^{100} kolejnych liczb całkowitych dodatnich nie większych od 10^{2012} , z których żadna nie jest postaci $a^3 + b^4 + c^5 + d^6$, gdzie a, b, c, d są liczbami całkowitymi dodatnimi.

27. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq \frac{5}{3} - \frac{2}{2n+1}.$$

28. Udowodnij, że istnieją względnie pierwsze liczby całkowite dodatnie m, n spełniające równanie

$$2m^2 + 7^{2012} = n^2.$$

29. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC + BC = 2 \cdot AB$. Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC , a punkt O jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie. Wykaż, że jeśli $O \neq I$, to proste OI i CI są prostopadłe.

30. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n liczba $957^n - 64$ jest złożona.



Urszula Pastwa
Kierownik naukowy obozu



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



Stowarzyszenie
na rzecz Edukacji
Matematycznej

MINISTERSTWO
EDUKACJI
NARODOWEJ



OŚRODEK
ROZWOJU
EDUKACJI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

