

Imię i nazwisko: ..... Klasa: .....



## VII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część testowa

(29 września 2011 r., godz. 9:00)

**Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imię, nazwisko oraz klasę.**

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem **X** podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony.

Przykład poprawnie rozwiązanej zadania:

**0.** Dla każdej dodatniej liczby całkowitej  $n$  liczba  $2n + 1$  jest

- |                          |                                     |                 |
|--------------------------|-------------------------------------|-----------------|
| <input type="checkbox"/> | T                                   | a) dodatnia;    |
| <input type="checkbox"/> | T                                   | b) nieparzysta; |
| N                        | <input checked="" type="checkbox"/> | c) pierwsza.    |

**Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.**

**Powodzenia!**

**1.** Istnieje taki graniastosłup, którego liczba krawędzi jest równa

- |                          |                |
|--------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> | a) $3^{100}$ ; |
| <input type="checkbox"/> | b) $5^{100}$ ; |
| <input type="checkbox"/> | c) 100001.     |

**2.** Istnieje 2011 takich różnych liczb pierwszych, że

- |                          |                                      |
|--------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | a) ich suma jest liczbą nieparzystą; |
| <input type="checkbox"/> | b) ich suma jest liczbą parzystą;    |
| <input type="checkbox"/> | c) ich iloczyn jest liczbą parzystą. |



Imię i nazwisko: ..... Klasa: .....

---

3. Liczby  $a$ ,  $b$ ,  $c$  są długościami boków pewnego trójkąta oraz  $(a-b)(b-c)(c-a)=0$ .  
Wynika z tego, że jest to trójkąt

- a) równoramienny;  
 b) równoboczny;  
 c) ostrokątny.

4. Towar  $X$  podrożał o 20%, a towar  $Y$  podrożał o 50%, w efekcie czego oba towary kosztują tyle samo. Wynika z tego, że przed podwyżką

- a) towar  $X$  był o 20% droższy od towaru  $Y$ ;  
 b) towar  $X$  był o 25% droższy od towaru  $Y$ ;  
 c) towar  $X$  był o 30% droższy od towaru  $Y$ .

5. Dodatkowo liczby  $a$ ,  $b$  spełniają warunek  $a+b=1$ . Wynika z tego, że

- a)  $a^2+b^2 < 1$ ;  
 b)  $\sqrt{a}+\sqrt{b} < 1$ ;  
 c)  $ab < 1$ .

6. Liczby całkowite  $x$  i  $y$  są dodatnie, a ich suma jest liczbą podzielną przez 3. Wynika z tego, że

- a) każda z liczb  $x$  i  $y$  jest podzielna przez 3;  
 b) liczba  $x^2+y^2$  jest podzielna przez 3;  
 c) liczba  $x^2-y^2$  jest podzielna przez 3.

7. W trójkącie  $ABC$  wysokości  $AE$  i  $BF$  są równe. Wynika z tego, że

- a) wszystkie wysokości tego trójkąta są równe;  
 b) kąty  $BAC$  i  $ABC$  są równe;  
 c) środkowe  $AK$  i  $BL$  trójkąta  $ABC$  są równe.

Imię i nazwisko: ..... Klasa: .....

---

8. Dodatnia liczba całkowita  $n$  ma dokładnie trzy różne dodatnie dzielniki. Wynika z tego, że

- a) liczba  $n$  jest kwadratem pewnej liczby całkowitej;
- b) liczba  $n$  jest iloczynem co najmniej dwóch różnych liczb pierwszych;
- c) liczba  $n^2$  ma dokładnie sześć różnych dodatnich dzielników.

9. Każdy z dwóch boków trójkąta ostrokątnego ma długość 2. Wynika z tego, że

- a) pole tego trójkąta jest mniejsze od 2;
- b) każda wysokość tego trójkąta ma długość mniejszą od 2;
- c) trzeci bok tego trójkąta ma długość mniejszą od 2.

10. Wśród każdych pięciu różnych liczb całkowitych istnieją takie dwie, których

- a) różnica jest podzielna przez 4;
- b) suma jest podzielna przez 4;
- c) iloczyn jest podzielny przez 4.

11. Prostokąt  $ABCD$  jest zawarty w kwadracie o boku długości 1 i żaden z punktów  $A, B, C, D$  nie leży na brzegu tego kwadratu. Wynika z tego, że

- a)  $AB \cdot BC < 1$ ;
- b)  $AB < 1$ ;
- c)  $AC < \sqrt{2}$ .

12. Dane są takie dodatnie liczby rzeczywiste  $a, b$ , że liczby  $a^2 + b^2$  oraz  $ab$  są wymierne. Wynika stąd, że wymierna jest liczba

- a)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ;
- b)  $(a+b)^2$ ;
- c)  $a+b$ .



Imię i nazwisko: ..... Klasa: .....

---

13. Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $\sphericalangle ACB = 40^\circ$ . Punkt  $P$  leży wewnątrz trójkąta  $ABC$ , przy czym  $\sphericalangle APB = 80^\circ$ . Wynika z tego, że

- a) każdy z kątów  $CAP$  i  $CBP$  jest mniejszy od  $40^\circ$ ;  
 b) trójkąt  $ABP$  jest ostrokątny;  
 c) punkt  $P$  jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ .

14. Liczba  $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{2}$  jest

- a) całkowita;  
 b) niewymierna;  
 c) dodatnia.

15. Dany jest ostrosłup o parzystej liczbie wierzchołków, którego wszystkie krawędzie mają równą długość. Wynika z tego, że liczba krawędzi danego ostrosłupa jest mniejsza od

- a) 9;  
 b) 11;  
 c) 13.