

1+2+3+4+5+6

Seminarium OMJ — 18 września 2026 r.

Rozumowania dedukcyjne wykorzystywane w matematyce rekreacyjnej, np. podczas rozwiązywania łamigłówek diagramowych, mogą okazać się dobrym i przystępnym wprowadzeniem do świata zadań olimpijskich — mają z nimi zaskakująco wiele wspólnego. Podczas seminarium przyjrzymy się, w jaki sposób można wprowadzać „olimpijskie” rozumowania za pomocą różnych wariantów sudoku 6×6 .

Sudoku 6×6 to łamigłówka polegająca na wypełnieniu diagramu cyframi 1—6 w taki sposób, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdym z sześciu sektorów 3×2 otoczonych pogrubioną linią.

	1	2	3	4	5	6
1						
2		I			II	
3						
4		III			IV	
5						
6		V			VI	

Przy okazji dyskusji o diagramie warto uzgodnić nazewnictwo jego poszczególnych elementów. Przykład takiej konwencji jest zilustrowany powyżej (wiersze i kolumny numerujemy cyframi arabskimi, a sektory — liczbami rzymskimi).

Zadanie 1.

Wyjaśnij, jakie cyfry należy wpisać w pola otoczone przerywaną linią.

1	2				
	3				
		1			4
6					5
			2		6

Powyższy diagram ma 47 rozwiązań i tylko dwie wskazane cyfry (oprócz danych) są wspólne dla nich wszystkich. Są to więc jedyne cyfry, które da się *wydedukować*.

Zazwyczaj łamigłówki sudoku mają dokładnie jedno rozwiązanie, a przyjęcie dodatkowego założenia że tak jest może ułatwić rozwiązywanie. Tutaj *nie będziemy* tego

założenia przyjmować — nawet jeśli okaże się, że rozwiązanie jest tylko jedno, będziemy chcieli *wykazać*, że tak jest (jednoznacznie uzupełniając diagram).

Klasyczne sudoku można rozwiązywać przy użyciu rozmaitych technik „do wyuczenia”. Można też testować różne możliwości i odrzucać je po dojściu do sprzeczności. Spróbujmy jednak nie korzystać z gotowych schematów, ale używać bezpośrednich logicznych argumentów. W każdym z obecnych tu zadań istnieje droga do rozwiązania złożona wyłącznie z logicznych dedukcji i nie wymagająca zaawansowanej wiedzy, ani żmudnego wykluczania przypadków.

Odkrywaniu ciekawych rozumowań, które można prowadzić rozwiązując sudoku sprzyjają urozmaicenia, które można umieścić w diagramie. Dzięki takim *wariantom* diagramy można uczynić jedynymi w swoim rodzaju — prawie jak zadania olimpijskie. :)

Zadanie 2.

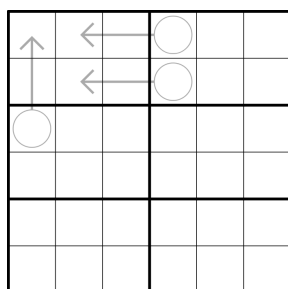
Rozwiąż poniższe sudoku. Cyfra w kółku powinna być równa sumie dwóch cyfr na strzałce.

1	2				
	3				
		1			4
6					5
			2		6

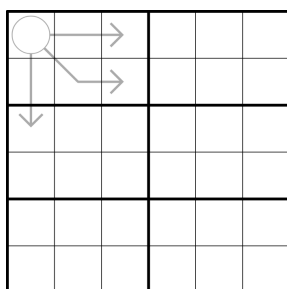
W kolejnych zadaniach będziemy eksplorować przywołany wyżej wariant ze *strzałkami* (ang. *arrow sudoku*), w którym dodatkowym ograniczeniem jest to, że na każdej strzałce obecnej w diagramie suma cyfr jest równa liczbie (czasem wielocyfrowej) w kółku/owalu przyłączonym do tej strzałki. Zakładamy, że strzałki skracają tylko w środkach pól (aby uniknąć niejednoznaczności).

Zadanie 3.

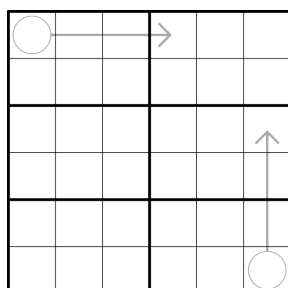
Uzasadnij, że jeżeli sudoku zawiera jedną z podanych poniżej konfiguracji strzałek, to nie ma rozwiązań.



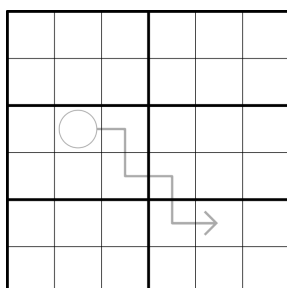
(a)



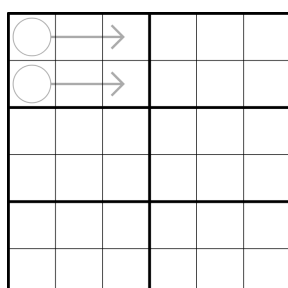
(b)



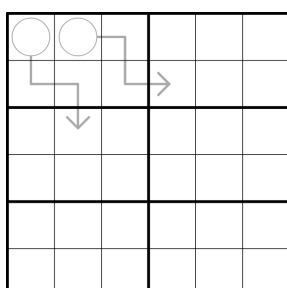
(c)



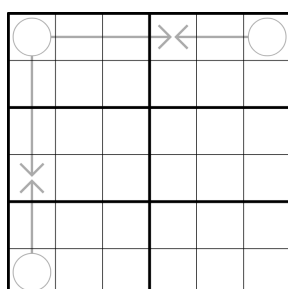
(d)



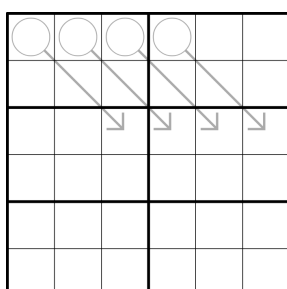
(e)



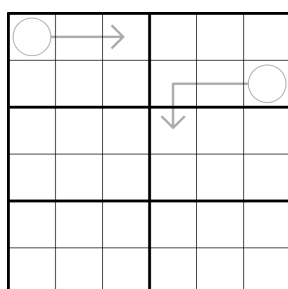
(f)



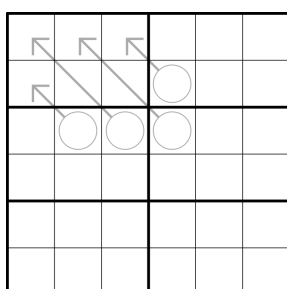
(g)



(h)



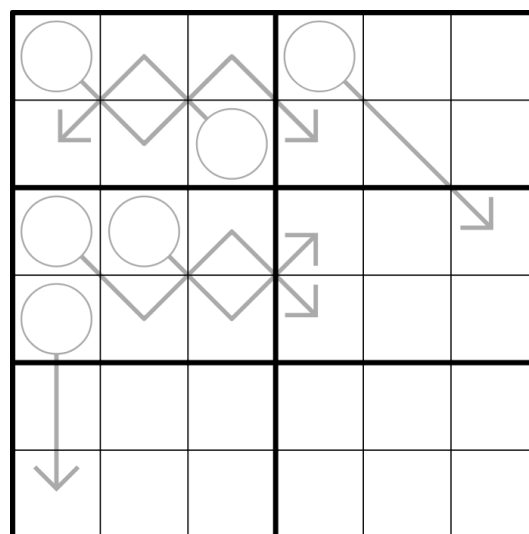
(i)



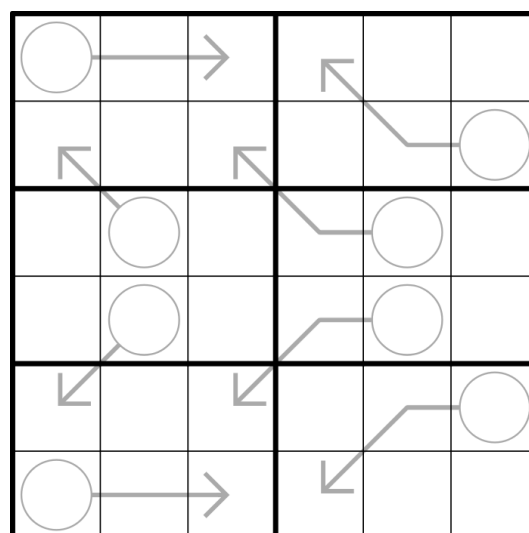
(j)

Zadanie 4.

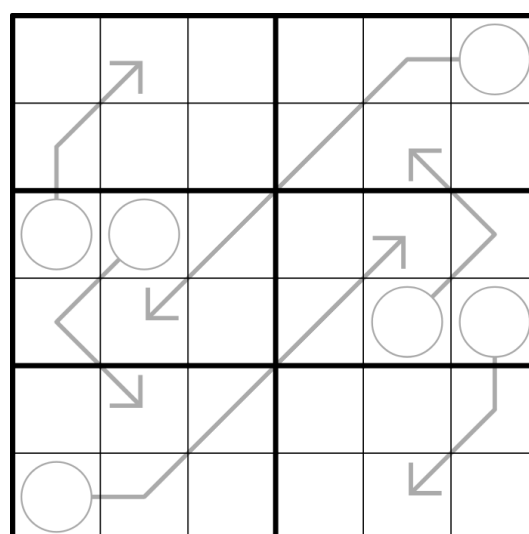
Dla każdego z podanych diagramów rozstrzygnij, czy istnieje dokładnie jedno rozwiązanie.



(a)



(b)



(c)

Zadanie 5.

Czy w sudoku 6×6 może pojawić się strzałka o trzycyfrowej sumie? Zakładamy, że strzałka nie odwiedza żadnego pola więcej niż raz oraz, że nie przechodzi przez pola przyłączonego do niej (trzycyfrowego) owalu.

Zadanie 6.

Wykaż, że w każdym poprawnie wypełnionym diagramie sudoku 6×6 na dziewięciu polach oznaczonych symbolem α znajduje się dokładnie taki sam zestaw cyfr, co na dziewięciu polach oznaczonych symbolem β .

α		α		α	
	β		β		β
α		α		α	
	β		β		β
α		α		α	
	β		β		β

Zadanie 7.

Dany jest poprawnie wypełniony diagram sudoku 6×6 pomalowany w szachownicę. Ponadto wiadomo, że pola, których środki odległe są o $\sqrt{5}$ (czyli pojedynczy ruch skoczka szachowego) zawierają różne cyfry (wariant *antiknight*). Wykaż, każda cyfra występuje sześć razy na polu tego samego koloru (czyli trzy cyfry występują tylko na polach białych, a trzy — tylko na polach czarnych).

Polecane materiały

[WG] Wojciech Guzicki

Rozszerzony program matematyki w gimnazjum
(o sudoku na s. 21–23)



[CTC] Simon Anthony, Mark Goodliffe

Cracking the Cryptic

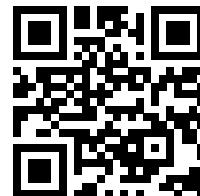
(kanał na YouTube z rozwiązaniami na żywo ciekawych wariantów sudoku)



[SuM] Pim 'sirxemic' Schreurs

SudokuMaker

(aplikacja do tworzenia wariantów sudoku)



[SuP] Sven Neumann

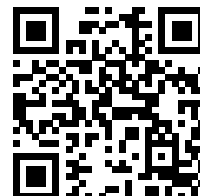
Sven's SudokuPad

(aplikacja do rozwiązywania sudoku)

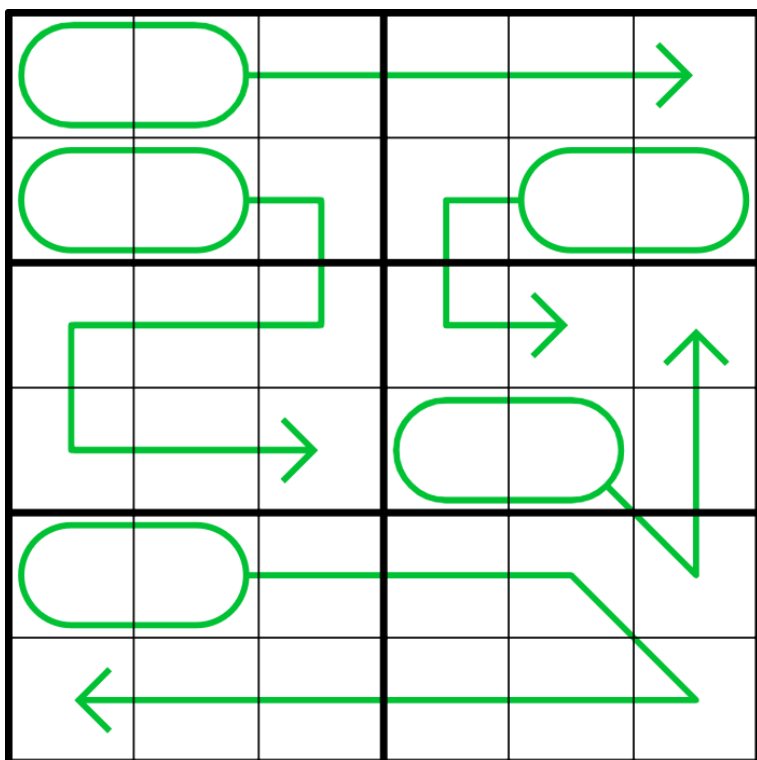


[LMD] *Logic Masters Deutschland*

(portal obfitujący w świeże, ciekawe i niepowtarzalne łamigłówki)

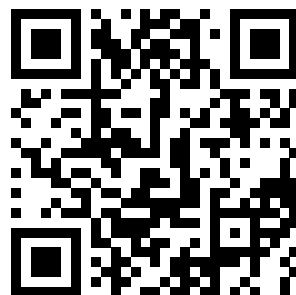


Zapraszam do kontaktu mailowego (rekomendacje, wskazówki, feedback...)! lukaszbozyk@omj.edu.pl

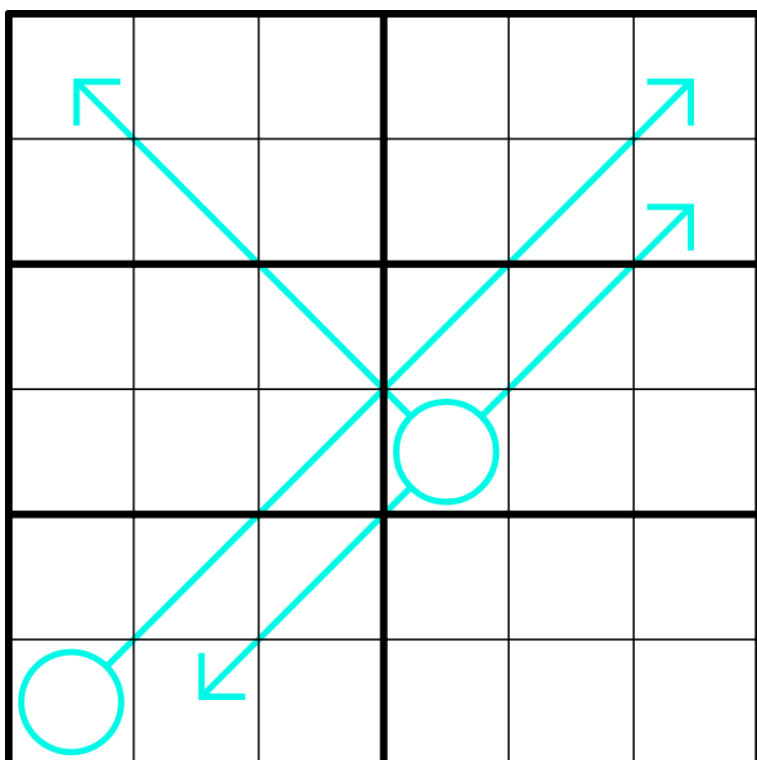


< 100

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Suma cyfr wzdłuż strzałki powinna być równa dwucyfrowej liczbie w przyłączonym do niej owalu (czytanej od lewej do prawej).

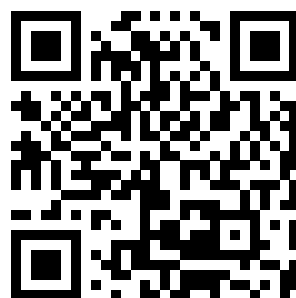


Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

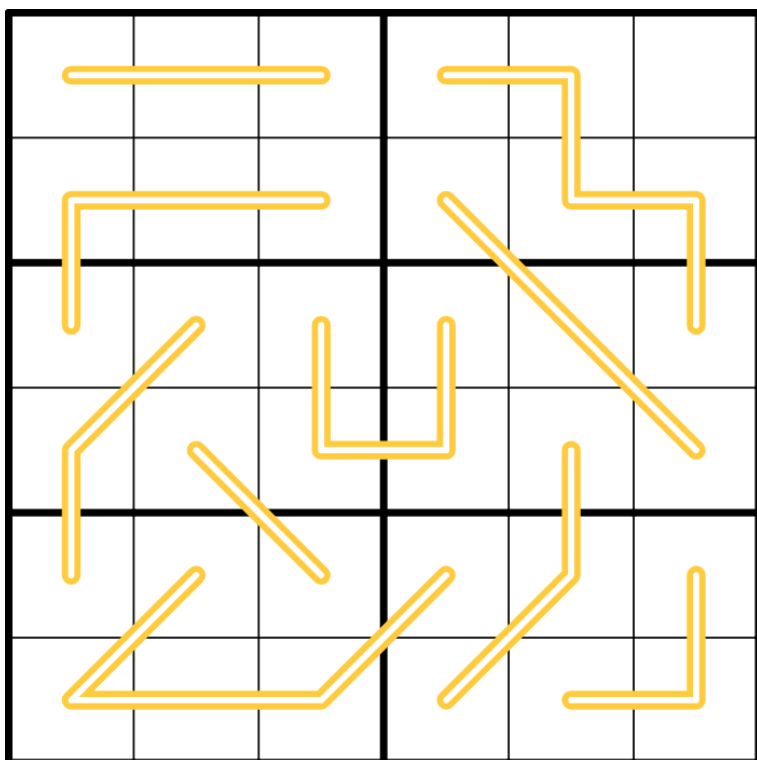


Y

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Suma cyfr wzdłuż strzałki powinna być równa cyfrze w przyłączonym do niej kółku.

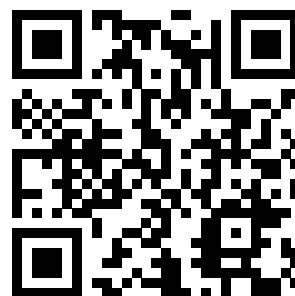


Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

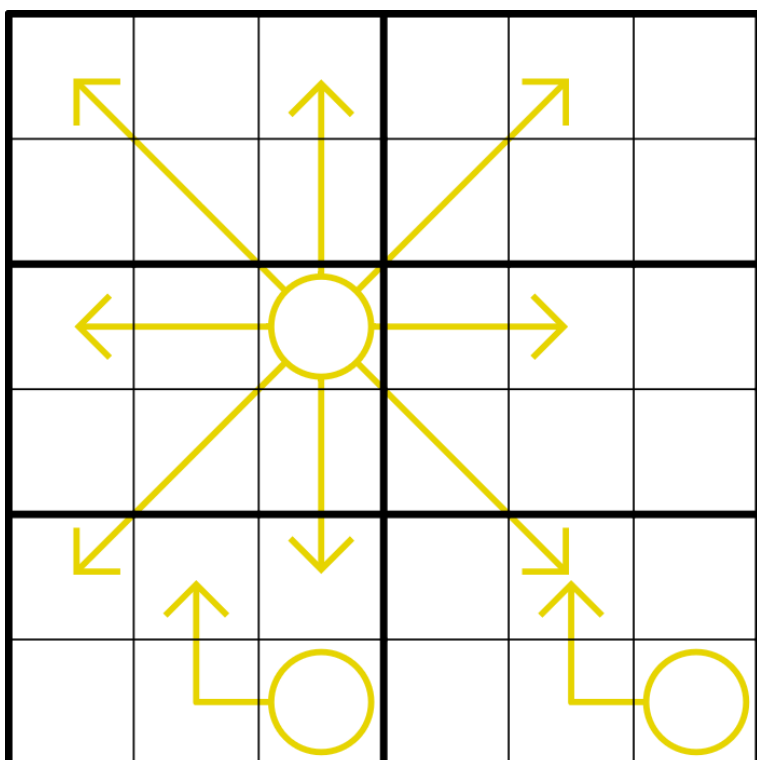


Reszta

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Suma cyfr wzdłuż każdej z narysowanych linii jest taka sama.

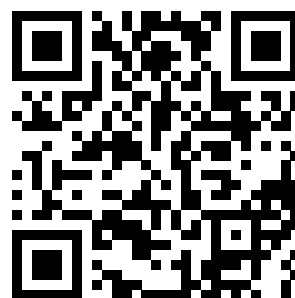


Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

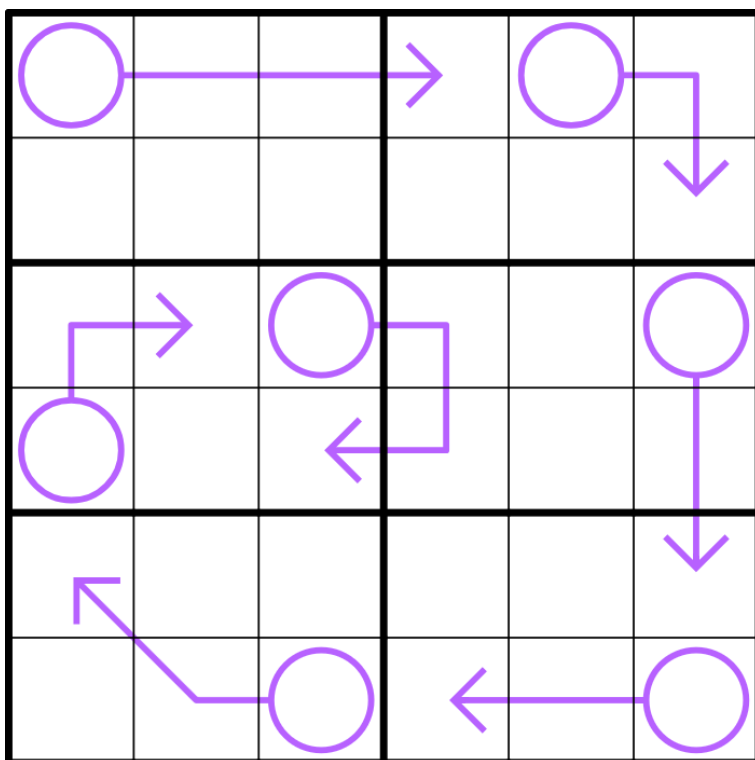


Słońce

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Suma cyfr wzdłuż strzałki powinna być równa cyfrze w przyłączonym do niej kółku.



Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

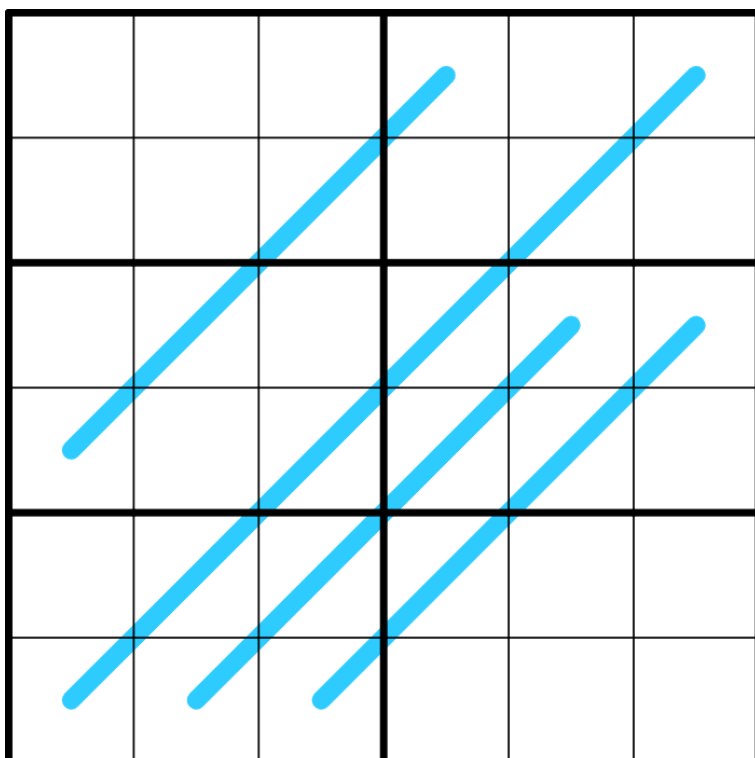


Spirala

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Suma cyfr wzdłuż strzałki powinna być równa cyfrze w przyłączonym do niej kółku.

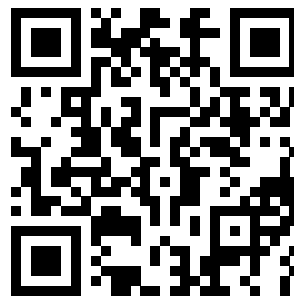


Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

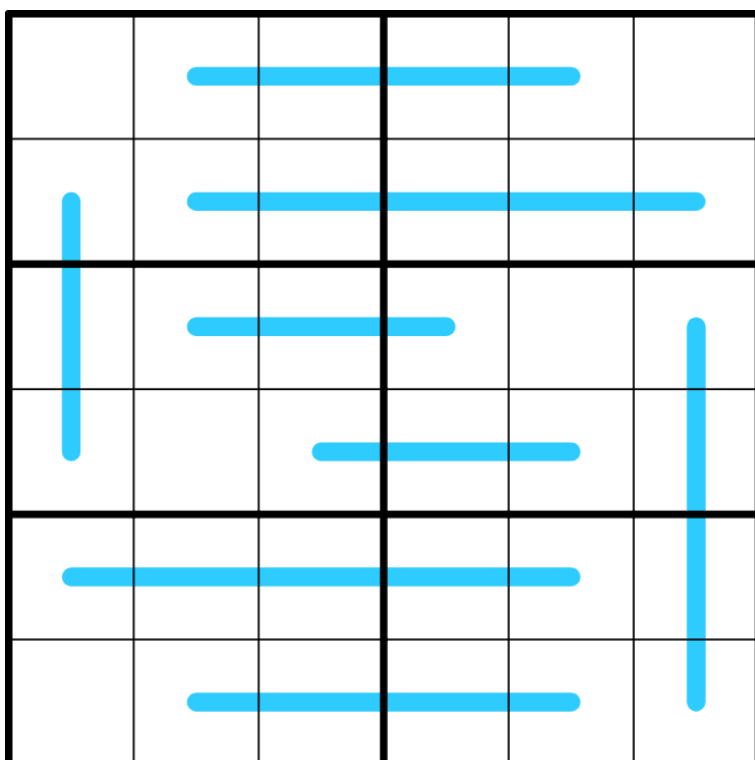


Rysy

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Granice sektorów dzielą każdą z narysowanych linii na odcinki o równych sumach cyfr (różne linie mogą mieć różne sumy).

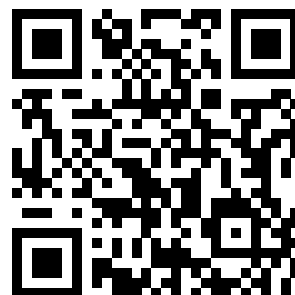


Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

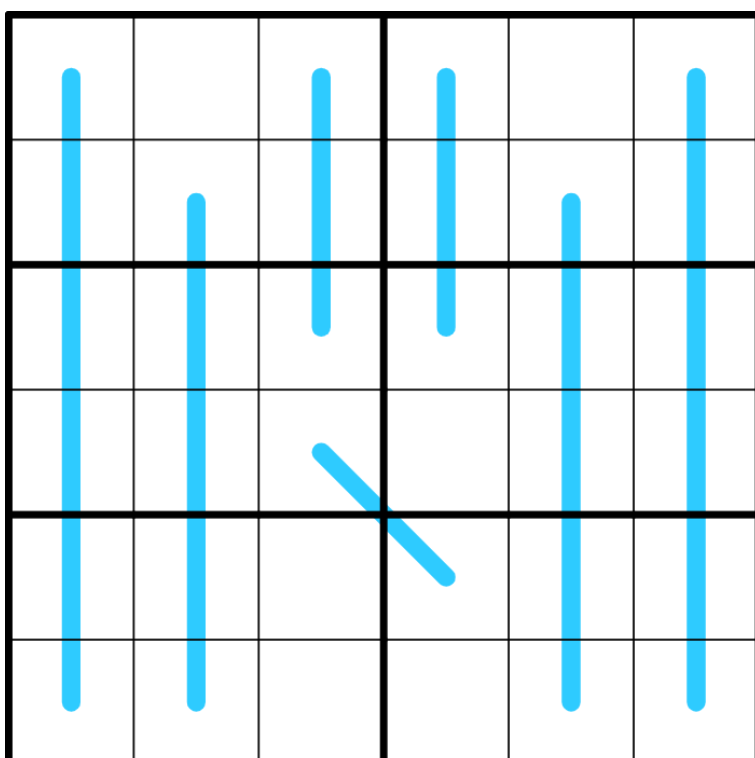


Mała Wenecja

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Granice sektorów dzielą każdą z narysowanych linii na odcinki o równych sumach cyfr (różne linie mogą mieć różne sumy).



Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

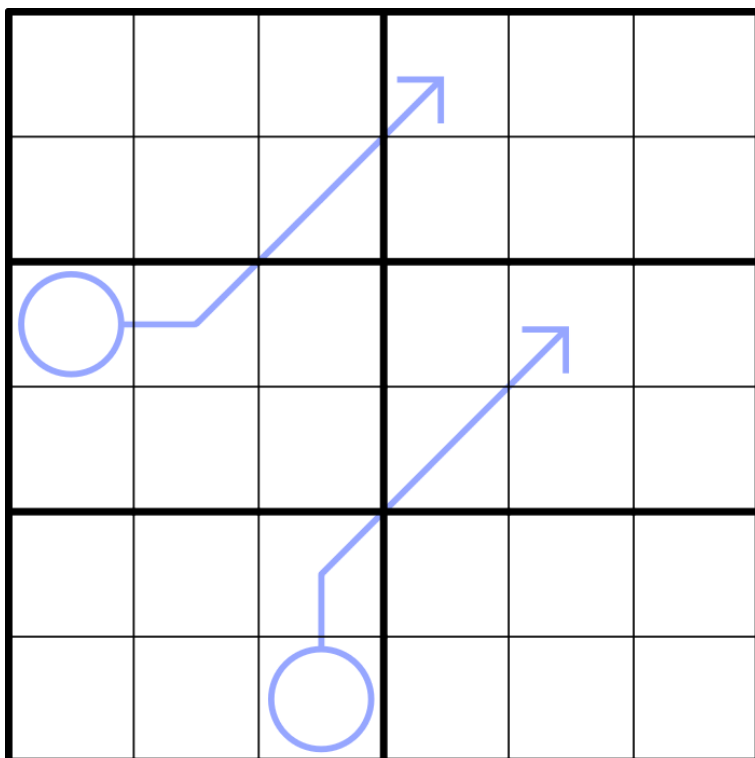


Wodospad

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Granice sektorów dzielą każdą z narysowanych linii na odcinki o równych sumach cyfr (różne linie mogą mieć różne sumy).



Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad

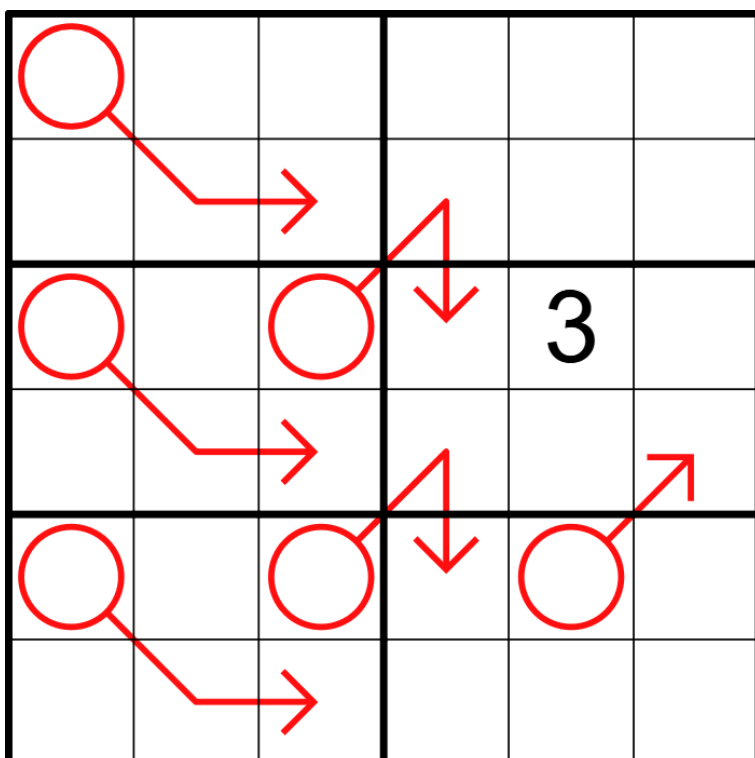


Szach

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Pola oddalone od siebie jednym ruchem skoczka szachowego muszą zawierać różne cyfry. Suma cyfr wzdłuż strzałki powinna być równa cyfrze w przyłączonym do niej kółku.



Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad



Trójka

Wypełnij diagram cyframi 1–6 tak, aby każda cyfra pojawiła się dokładnie raz w każdym wierszu, kolumnie oraz każdym pogrubionym sektorze 3×2 . Suma cyfr wzdłuż strzałki powinna być równa cyfrze w przyłączonym do niej kółku.



Rozwiązuj online w aplikacji
Sven's SudokuPad