

# XIX Olimpiada Matematyczna Juniorów (2023/24)

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia —  
część korespondencyjna

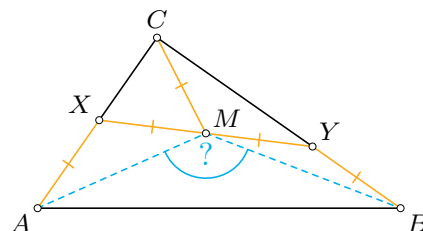
(1 września – 16 października 2023 r.)

1. Wyznacz wszystkie takie liczby naturalne  $n$ , że liczba  $\underbrace{11\dots1}_n \underbrace{99\dots9}_n$  jest pierwsza.

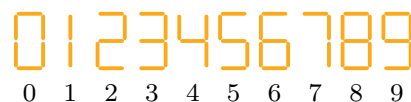
2. Punkty  $X$  oraz  $Y$  leżą odpowiednio na bokach  $AC$  oraz  $BC$  trójkąta  $ABC$ . Punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $XY$ . Załóżmy, że

$$AX = MX = MC = MY = BY.$$

Wyznacz miarę kąta  $AMB$ .

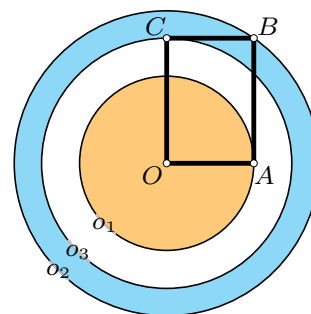


3. Tomek ma do dyspozycji  $n$  jednakowych patyczków, z których układa liczby wielocyfrowe (rysunek przedstawia wygląd układanych przez Tomka cyfr). Tomek zauważył, że suma cyfr największej z możliwych do ułożenia przez niego liczb jest równa dokładnie  $n$ . Wyznacz wszystkie liczby  $n$ , dla których taka sytuacja jest możliwa.



4. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze, które można przedstawić jako różnicę sześcianów dwóch liczb pierwszych.

5. Dane są trzy okręgi  $o_1, o_2, o_3$  o wspólnym środku  $O$ . Na tych okręgach leżą odpowiednio punkty  $A, B, C$ , przy czym czworokąt  $ABCO$  jest prostokątem. Wykaż, że pole koła ograniczonego okręgiem  $o_1$  jest równe polu pierścienia kołowego ograniczonego okręgami  $o_2$  i  $o_3$ .

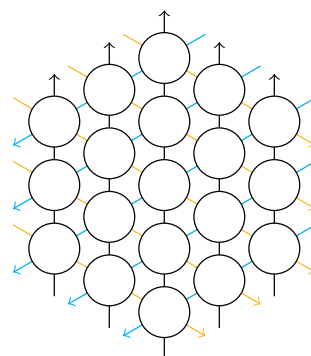


6. Dane są liczby rzeczywiste  $a, b, c$ . Udowodnij, że jeżeli pewne dwie z liczb

$$ab+b+1, \quad bc+c+1, \quad ca+a+1$$

są równe 0, to także trzecia z nich jest równa 0.

7. Czy w pola diagramu przedstawionego na rysunku obok można wpisać liczby całkowite od 11 do 29, każdą dokładnie raz, w taki sposób aby sumy liczb na wszystkich piętnastu odcinkach oznaczonych strzałkami były równe? Odpowiedź uzasadnij.



Rozwiązania powyższych zadań (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMJ lub przesłać bezpośrednio, listem poleconym, do Komitetu Okręgowego OMJ właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

**16 października 2023 r. (decyduje data stempla pocztowego).**

Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym lub pod niewłaściwy adres nie będą rozpatrywane. Adresy Komitetów Okręgowych OMJ, szczegółowe wytyczne dotyczące sposobu redakcji rozwiązań i przesyłania prac, a także regulamin OMJ i inne bieżące informacje znajdują się na stronie internetowej Olimpiady: [www.omj.edu.pl](http://www.omj.edu.pl).