

## IX Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego — część korespondencyjna

(1 września – 21 października 2013 r.)

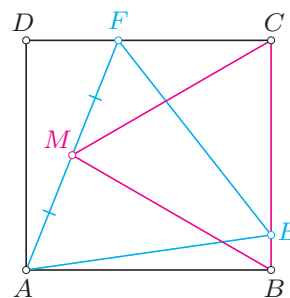
1. Do pociągu, który może pomieścić co najwyżej 404 pasażerów, wsiadła na początkowej stacji pewna liczba podróżnych. Na następnej stacji liczba pasażerów tego pociągu zwiększyła się o 1,5%. Ilu podróżnych wsiadło do pociągu na początkowej stacji? Odpowiedź uzasadnij.

2. Czy istnieją takie liczby całkowite  $a, b, c, d$ , że liczby

$$a - b, \quad b - c, \quad c - d, \quad d - a,$$

wypisane w podanym porządku, są kolejnymi liczbami całkowitymi? Odpowiedź uzasadnij.

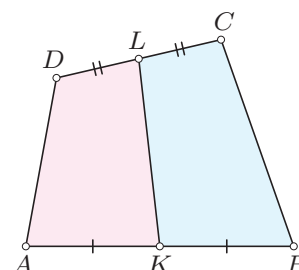
3. Punkty  $E$  i  $F$  leżą odpowiednio na bokach  $BC$  i  $CD$  prostokąta  $ABCD$ , przy czym trójkąt  $AEF$  jest równoboczny. Punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $AF$ . Wykaż, że trójkąt  $BCM$  jest równoboczny.



4. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 4 \\ 2xy - 2x = -5. \end{cases}$$

5. Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ . Punkty  $K$  i  $L$  są środkami odpowiednio boków  $AB$  i  $CD$ . Wykaż, że jeżeli pola czworokątów  $BCLK$  i  $DAKL$  są równe, to czworokąt  $ABCD$  jest trapezem.



6. Punkt  $P$  leży na sferze opisanej na sześcianie. Wykaż, że suma kwadratów odległości punktu  $P$  od wierzchołków sześcianu nie zależy od wyboru punktu  $P$ .

7. Czy kwadrat o wymiarach  $2013 \times 2013$  można podzielić na prostokąty o wymiarach  $1 \times 3$  w taki sposób, aby liczba prostokątów ułożonych pionowo różniła się o 1 od liczby prostokątów ułożonych poziomo? Odpowiedź uzasadnij.

Rozwiązania powyższych zadań (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMG lub przesłać bezpośrednio, listem poleconym, do Komitetu Okręgowego OMG właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

**21 października 2013 r. (decyduje data stempla pocztowego).**

Uczestnik przysyłający prace bezpośrednio do Komitetu Okręgowego powinien umieścić na kopercie swoje imię i nazwisko oraz dokładne dane szkoły, w tym adres placówki wraz z nazwą powiatu oraz województwa.

Szczegółowe wytyczne dotyczące sposobu redakcji rozwiązań oraz regulamin OMG znajdują się na stronie internetowej Olimpiady: [omg.edu.pl](http://omg.edu.pl).