Imiona: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Klasa: | |

XX Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(10 października 2024 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

[T] a) dodatnia;

[T] b) nieparzysta;

N [~~T~~] c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

---

1. Początkową cenę pewnego produktu obniżono o 50%, a następnie nową cenę obniżono o 50%. W wyniku tych dwóch obniżek początkowa cena spadła

[ ] a) o 50%;

[ ] b) o 75%;

[ ] c) o 100%.

2. Liczba $20^1 \cdot 20^2 \cdot 20^3$ jest równa

[ ] a) 20^{1+2+3};

[ ] b) $20^{1\cdot 2\cdot 3}$;

[ ] c) $\left(\left(20^1\right)^2\right)^3$.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji Narodowej

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

3. Każda cyfra pewnej 9-cyfrowej liczby n jest równa 2 lub 5. Wynika z tego, że liczba n jest podzielna przez

- a) 2;
- b) 3;
- c) 5.

4. Liczba $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ jest

- a) mniejsza od $\sqrt{5}$;
- b) równa $\sqrt{5}$;
- c) większa od $\sqrt{5}$.

5. Istnieje pięciokąt, który można rozciąć wzdłuż przekątnej na dwa wielokąty

- a) o równych polach;
- b) o równych obwodach.
- c) foremne.

6. Istnieją cztery kolejne liczby całkowite, których suma jest podzielna przez

- a) 18;
- b) 19;
- c) 20.

7. Istnieją liczby rzeczywiste a, b, c spełniające warunek $a<b<c$, których średnia arytmetyczna jest

- a) mniejsza od średniej arytmetycznej liczb a oraz b;
- b) mniejsza od średniej arytmetycznej liczb b oraz c;
- c) mniejsza od średniej arytmetycznej liczb a oraz c.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji Narodowej

Imiona: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Klasa: | |

8. Każdą dodatnią liczbę nieparzystą można przedstawić jako

☐ a) różnicę dwóch liczb pierwszych;

☐ b) różnicę dwóch liczb złożonych;

☐ c) różnicę dwóch kwadratów liczb całkowitych.

9. Liczby rzeczywiste x i y spełniają warunek $x-y\geqslant x^2$. Wynika z tego, że

☐ a) $x\geqslant 0$;

☐ b) $y\leqslant 0$;

☐ c) $x\geqslant y$.

10. Istnieje trójkąt prostokątny, w którym długości wszystkich boków są liczbami całkowitymi, a ponadto

☐ a) długość dokładnie jednego boku jest parzysta;

☐ b) długości dokładnie dwóch boków są parzyste;

☐ c) długości wszystkich trzech boków są parzyste.

11. Punkt P leży wewnątrz trójkąta prostokątnego ABC, w którym $\sphericalangle ACB=90^\circ$ oraz $AC>BC$. Wynika z tego, że

☐ a) $\sphericalangle APB>90^\circ$;

☐ b) $\sphericalangle APC>90^\circ$;

☐ c) $\sphericalangle APC>\sphericalangle BPC$.

12. Tablica o wymiarach 4×4 składa się z kwadratowych pól o boku 1. Dokładnie osiem pól tej tablicy jest koloru czarnego. Wynika z tego, że środki pewnych dwóch z tych ośmiu pól są odległe o

☐ a) 1;

☐ b) $\sqrt{2}$;

☐ c) 2.

Imiona: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Nazwisko: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Klasa: | |

13. Z każdych pięciu dodatnich liczb całkowitych można wybrać

☐ a) takie dwie, których suma jest podzielna przez 2;

☐ b) takie trzy, których suma jest podzielna przez 3;

☐ c) takie cztery, których suma jest podzielna przez 4.

14. Każda dodatnia liczba całkowita została pokolorowana albo na czerwono, albo na niebiesko. Wynika z tego, że

☐ a) pewna liczba większa od 1 ma ten sam kolor, co jej wszystkie dodatnie dzielniki;

☐ b) pewna liczba ma ten sam kolor, co jej dwukrotność;

☐ c) pewne dwie liczby różniące się o 20 mają ten sam kolor.

15. Punkty D i E leżą odpowiednio na bokach BC i AC trójkąta ABC, przy czym $\sphericalangle ADC = \sphericalangle BEC$. Odcinki AD i BE przecinają się w punkcie P. Wynika z tego, że

☐ a) $\sphericalangle CAD = \sphericalangle CBE$;

☐ b) $\sphericalangle ACP = \sphericalangle BCP$;

☐ c) $\sphericalangle DEP = \sphericalangle BAP$.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana
ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej