

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--



XXI Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(25 września 2025 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.

W przypadku pomyłki przekreśl znakiem **X** podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązane zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n + 1$ jest

T

a) dodatnia;

T

b) nieparzysta;

N

X

c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut.

Powodzenia!

1. Kostka do gry jest sześcianem i na każdej ścianie ma inną liczbę oczek, od 1 do 6.

Czarek rzucił trzema takimi kostkami i wypadło łącznie 16 oczek. Wynika z tego, że na pewnej kostce

--

a) wypadły 4 oczka;

--

b) wypadło 5 oczek;

--

c) wypadło 6 oczek.

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--

2. Pewien kąt wewnętrzny trójkąta równoramiennego ma miarę 45° . Wynika z tego, że trójkąt ten

--

a) jest ostrokątny;

--

b) jest prostokątny;

--

c) nie jest rozwartokątny.

3. Liczby a oraz b są dodatnie, przy czym liczba a jest całkowita, a liczba b nie jest całkowita. Wynika z tego, że

--

a) liczba $a + b$ nie jest całkowita;

--

b) liczba $a \cdot b$ nie jest całkowita;

--

c) liczba $a^2 + b^2$ nie jest całkowita.

4. Istnieje taki dodatni dzielnik liczby 2025, który jest

--

a) różnicą dwóch liczb nieparzystych;

--

b) iloczynem trzech liczb złożonych;

--

c) sumą czterech liczb pierwszych.

5. W trójkącie ABC bok AB ma długość 1. Wysokość opuszczona z wierzchołka C na prostą AB również ma długość 1. Wynika z tego, że

--

a) pole trójkąta ABC jest równe 1;

--

b) obwód trójkąta ABC jest większy od 3;

--

c) obwód trójkąta ABC jest mniejszy od 4.

6. Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 1. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie O . Pewien okrąg o środku w punkcie O dzieli bok AB na trzy równe części. Promień tego okręgu

--

a) jest mniejszy od $\frac{1}{2}$;

--

b) jest równy $\frac{1}{2}$;

--

c) jest większy od $\frac{1}{2}$.

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--

7. W akwariu Marka każda rybka jest jednego z trzech kolorów: złotego, czerwonego lub niebieskiego. Rybek czerwonych jest o 50% więcej niż złotych, a rybek niebieskich jest o 40% mniej niż czerwonych. Wynika z tego, że w akwariu Marka

--

a) rybek złotych jest mniej niż niebieskich;

--

b) liczba niebieskich rybek jest podzielna przez 9;

--

c) liczba złotych rybek jest podzielna przez 10.

8. Istnieje całkowita wielokrotność liczby 21, w której zapisie dziesiętnym

--

a) cyfra dziesiątek jest równa 1, a cyfra jedności jest równa 0;

--

b) cyfra dziesiątek jest równa 0, a cyfra jedności jest równa 1;

--

c) cyfra dziesiątek jest równa 1, a cyfra jedności jest równa 1.

9. Istnieje trójkąt prostokątny o bokach długości a , b , c , w którym

--

a) $a^2 + b^2 = c^2$;

--

b) $a^2 - b^2 = c^2$;

--

c) $2 \cdot a \cdot b = c^2$.

10. Liczby naturalne od 1 do 6 napisano na ścianach sześcianu, każdą na innej ścianie. Następnie dla każdej krawędzi sześcianu obliczono sumę liczb napisanych na dwóch ścianach, których wspólnym bokiem jest ta krawędź. Wynika z tego, że pewna spośród 12 obliczonych sum jest

--

a) liczbą dwucyfrową;

--

b) kwadratem liczby całkowitej;

--

c) równa 7.

11. Liczby a , b są dodatnie i mniejsze od 1. Wynika z tego, że

--

a) $a \cdot b < a + b$;

--

b) $a \cdot b < a^2 + b^2$;

--

c) $a \cdot b < a^3 + b^3$.

Imiona:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nazwisko:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Klasa:

--

12. Istnieją dwie różne potęgi liczby 3 o wykładnikach całkowitych dodatnich, których suma jest

--

a) potęgą liczby 2 o wykładniku całkowitym dodatnim;

--

b) potęgą liczby 3 o wykładniku całkowitym dodatnim;

--

c) potęgą liczby 6 o wykładniku całkowitym dodatnim.

13. Dany jest trójkąt ABC , w którym $BC=2 \cdot AC$. Punkt D leży wewnątrz tego trójkąta i spełnia równość $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCD$. Wynika z tego, że

--

a) $BD = 2 \cdot AD$;

--

b) pole trójkąta BDC jest dwa razy większe od pola trójkąta ADC ;

--

c) $\sphericalangle BAC = 2 \cdot \sphericalangle ABC$.

14. Dodatnia liczba całkowita n ma następującą własność: liczba n -cyfrowa, której zapis dziesiętny składa się wyłącznie z cyfr równych 1, jest podzielna przez n . Wynika z tego, że liczba n jest

--

a) nieparzysta;

--

b) podzielna przez 3;

--

c) potęgą liczby 3 o wykładniku całkowitym nieujemnym.

15. W grupie 5 osób każda osoba ma pośród pozostałych osób w tej grupie co najmniej jednego znajomego i co najmniej jednego nieznanego (przyjmujemy, że jeżeli A jest znajomym B , to również B jest znajomym A). Wynika z tego, że w tej grupie

--

a) pewna osoba ma co najmniej dwóch znajomych;

--

b) pewna osoba ma dokładnie trzech znajomych;

--

c) pewne dwie osoby, które nie są znajomymi, mają wspólnego znajomego.