

**12TH CZECH-POLISH-SLOVAK JUNIOR MATHEMATICAL
COMPETITION**

Team competition
21st May 2024

Úloha 1. Označme G těžiště trojúhelníku ABC . Necht D je čtvrtý vrchol rovnoběžníku $AGDB$. Dokažte, že $BG \parallel CD$.

Poznámka: Riešenie tejto úlohy musí byť napísané po poľsky.

Úloha 2. Mezi trojicemi (a, b, c) přirozených čísel splňujících

$$(a + 14\sqrt{3})(b - 14c\sqrt{3}) = 2024$$

určete tu s největší hodnotou a .

Uwaga: Rozwiązanie tego zadania powinno być napisane po słowacku.

Zadanie 3. Wyznacz miary kątów wewnętrznych we wszystkich trójkątach równoramien-nych, które można podzielić na dwa trójkąty równoramienne o rozłącznych wnętrzach.

Poznámka: Riešenie tejto úlohy musí byť napísané po česky.

Zadanie 4. Ile jest dodatnich liczb całkowitych n mniejszych od 2024 i podzielnych przez $\lfloor \sqrt{n} \rfloor - 1$? Symbol $\lfloor x \rfloor$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od x .

Na przykład $n = 8$ spełnia dany warunek, gdyż 8 jest podzielne przez $\lfloor \sqrt{8} \rfloor - 1 = 2 - 1 = 1$, ale $n = 9$ go nie spełnia, gdyż 9 nie jest podzielne przez $\lfloor \sqrt{9} \rfloor - 1 = 2$.

Poznámka: Řešení této úlohy odevzdejte ve slovenštině.

Úloha 5. Existuje celé číslo $n \geq 1$ také, že keď cifry čísla 2^n , zapísaného v desiatkovej sústave, napíšeme v opačnom poradí, dostaneme inú celočíselnú mocninu dvojky?

Uwaga: Rozwiązanie tego zadania powinno być napisane po czesku.

Úloha 6. V každom políčku obdĺžnikovej tabuľky je kladné celé číslo. Pre každé políčko tabuľky platí, že číslo v ňom je rovné celkovému počtu rôznych hodnôt v políčkach, ktoré sú s ním v rovnakom riadku alebo stĺpci (vrátane seba samého). Nájdite všetky tabuľky s takouto vlastnosťou.

Poznámka: Řešení této úlohy odevzdejte v polštině.

*Time: 5 hours
Each problem is worth 5 points.*