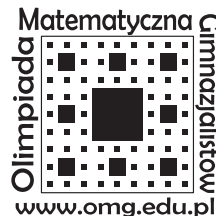


I Czesko-Polsko-Słowackie Zawody Matematyczne Juniorów

Zawody drużynowe
(wtorek, 22 maja 2012 r.)



1. Na tabuli je napísaných niekoľko rôznych reálnych čísel. Vieme, že hodnota súčinu ľubovoľných dvoch rôznych čísel z tabule je tiež napísaná na tabuli. Určte, koľko najviac čísel môže byť napísaných na tabuli.

Poznámka. Řešení této úlohy odevzdejte v polském jazyce.

2. Na kružnici k sú dané body A a B , pričom AB nie je priemerom kružnice k . Bod C sa pohybuje po dlhšom oblúku AB kružnice k tak, že trojuholník ABC je ostrouhlý. Nech D je päta výšky z vrcholu A na stranu BC a E je päta výšky z B na AC . Ďalej nech F je päta kolmice z bodu D na priamku AC a G je päta kolmice z E na BC .

- (a) Dokážte, že priamky AB a FG sú rovnobežné.
- (b) Určte množinu stredov S úsečiek FG prislúchajúcich ku všetkým prípustným polohám bodu C .

Poznámka. Řešení této úlohy odevzdejte v polském jazyce.

3. Udowodnij, że jeśli n jest dodatnią liczbą całkowitą, to liczba $2(n^2 + 1) - n$ nie jest kwadratem liczby całkowitej.

Poznámka. Riešenie tejto úlohy musí byť napísané v češtine.

4. Dany jest romb $ABCD$, w którym $\angle BAD = 60^\circ$. Punkt P leży wewnątrz rombu, przy czym spełnione są równości $BP = 1$, $DP = 2$, $CP = 3$. Wyznacz długość odcinka AP .

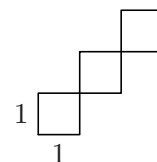
Poznámka. Riešenie tejto úlohy musí byť napísané v češtine.

5. Určete všechny trojice (a, k, m) kladných celých čísel, které vyhovují rovnici

$$k + a^k = m + 2a^m.$$

Uwaga. Rozwiązanie tego zadania powinno być napisane po słowacku lub po węgiersku.

6. Šachovnicovou desku 8×8 máme pokrýt pomocí rovinných útvarů stejných jako na obrázku vpravo (každý z útvarů můžeme otočit o 90°) tak, že se žádné dva nepřekrývají ani nepřesahují přes okraj šachovnice. Určete, jaký největší možný počet polí této šachovnice můžeme uvedeným způsobem pokrýt.



Uwaga. Rozwiązanie tego zadania powinno być napisane po słowacku lub po węgiersku.

(version: mixed)