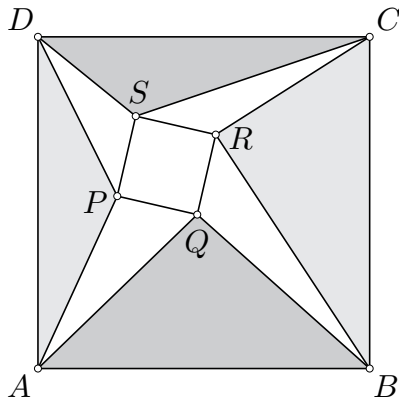
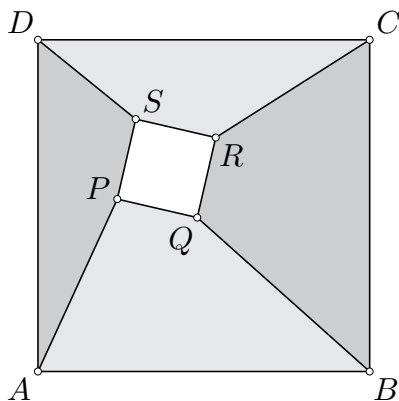


### Kwadrat na kółku

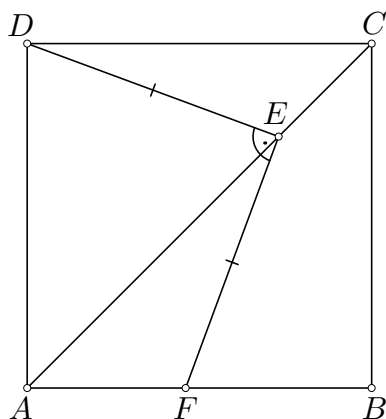
1. Kwadrat  $PQRS$  leży wewnątrz kwadratu  $ABCD$ , jak na poniższym rysunku. Wykaż, że suma pól trójkątów  $ABQ$  i  $CDS$  jest równa sumie pól trójkątów  $BCR$  i  $DAP$ .



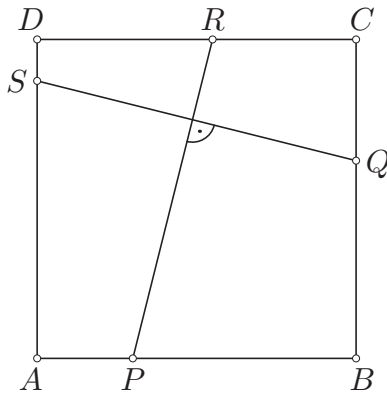
2. Kwadrat  $PQRS$  leży wewnątrz kwadratu  $ABCD$ , jak na poniższym rysunku. Wykaż, że suma pól czworokątów  $ABQP$  i  $CDSR$  jest równa sumie pól czworokątów  $BCRQ$  i  $DAPS$ .



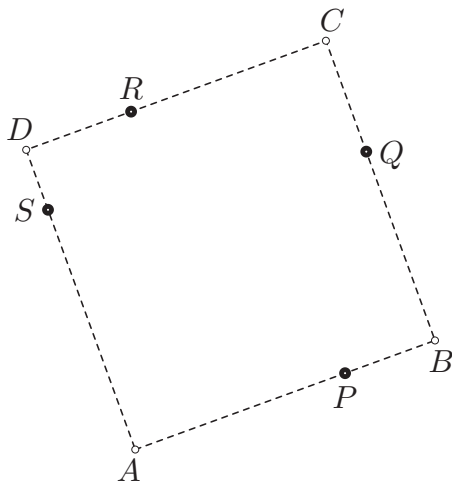
3. Dany jest kwadrat  $ABCD$ . Punkt  $E$  leży na przekątnej  $AC$ , przy czym  $AE > EC$ . Na boku  $AB$  wybrano punkt  $F$ , różny od  $B$ , dla którego  $EF = DE$ . Udowodnij, że  $\sphericalangle DEF = 90^\circ$ .



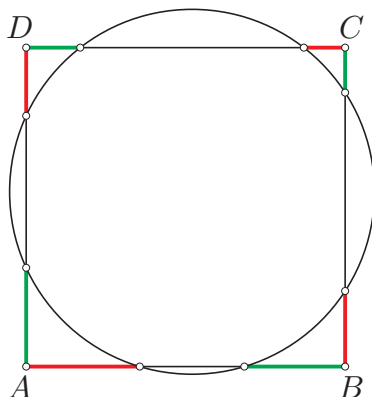
4. Punkty  $P, Q, R, S$  leżą odpowiednio na bokach  $AB, BC, CD, DA$  prostokąta  $ABCD$ , przy czym  $PR \perp QS$ . Wykaż, że prostokąt  $ABCD$  jest kwadratem wtedy i tylko wtedy, gdy  $PR = QS$ .



5. Dane są punkty  $P, Q, R, S$ . Skonstruować (przy pomocy cyrkla i linijki) kwadrat  $ABCD$ , w taki sposób, aby punkty  $P, Q, R, S$  leżały odpowiednio na prostych  $AB, BC, CD, DA$ .



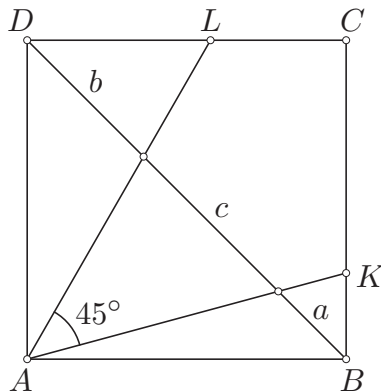
6. Okrąg przecina boki kwadratu  $ABCD$  w sposób przedstawiony na rysunku. Wykaż, że suma długości zielonych odcinków jest równa sumie długości czerwonych odcinków.



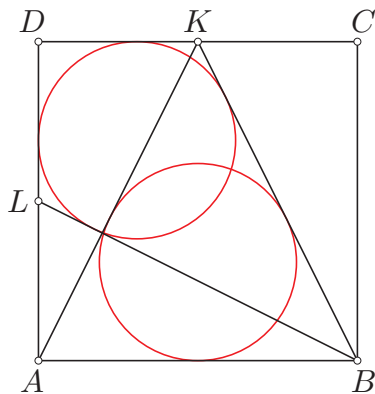
7. Punkty  $K, L$  leżą odpowiednio na bokach  $BC, CD$  kwadratu  $ABCD$ , przy czym

$$\sphericalangle KAL = 45^\circ.$$

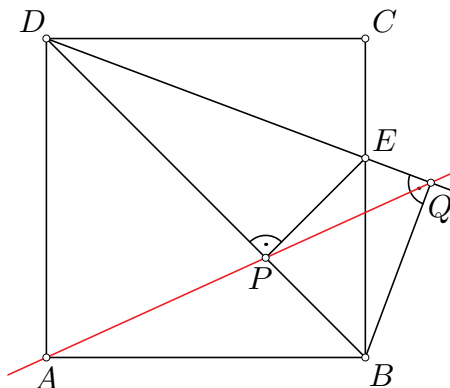
Odcinki  $AK$  i  $AL$  dzielą przekątną  $BD$  na trzy odcinki kolejno o długościach  $a, c, b$ . Udowodnij, że  $a^2 + b^2 = c^2$ .



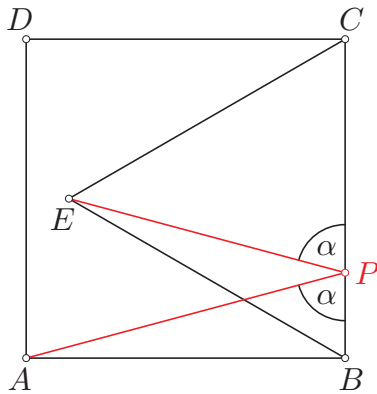
8. Punkty  $K, L$  są środkami boków  $CD$  i  $DA$  kwadratu  $ABCD$ . Wykaż, że promień okręgu wpisanego w deltoid  $BKDL$  jest równy promieniowi okręgu wpisanego w trójkąt  $ABK$ .



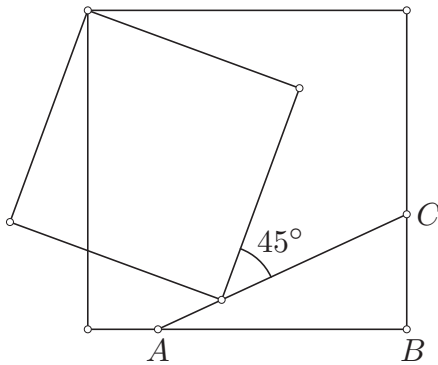
9. Punkt  $E$  leży na boku  $BC$  kwadratu  $ABCD$ . Punkty  $P$  i  $Q$  są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów  $E$  i  $B$  odpowiednio na proste  $BD$  i  $DE$ . Wykaż, że punkty  $A, P, Q$  leżą na jednej prostej.



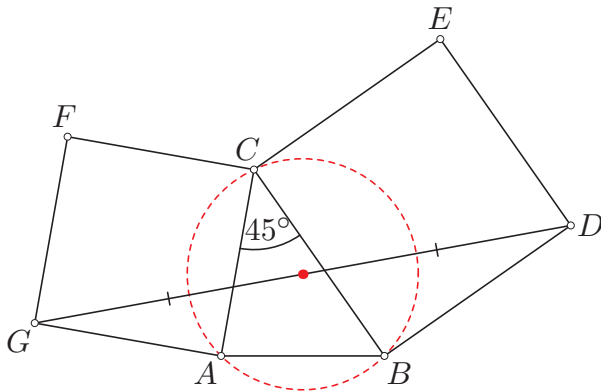
10. Trójkąt  $BCE$  jest równoboczny i jest skierowany do wnętrza kwadratu  $ABCD$ . Na boku  $BC$  wybrano taki punkt  $P$ , że  $\sphericalangle APB = \sphericalangle CPE = \alpha$ . Wyznacz miarę kąta  $\alpha$ .



11. Na poniższym rysunku pole mniejszego kwadratu jest równe 2, a pole większego kwadratu jest równe 4. Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .



12. Dany jest trójkąt ostrokątny  $ABC$ , w którym  $\sphericalangle ACB = 45^\circ$ . Niech  $BCED$  oraz  $ACFG$  będą kwadratami leżącymi na zewnątrz trójkąta  $ABC$ . Udowodnij, że środek odcinka  $DG$  pokrywa się ze środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $ABC$ .



- 13.** Czy na powierzchni każdego czworościanu można wskazać takie 4 punkty, każdy leżący na innej ścianie, które są wierzchołkami kwadratu?

- 
- 14.** Czy wewnątrz sześciianu można umieścić kwadrat większy od ściany tego sześciianu?