V Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Matematyczna Olimpiada Gimnazjalistów
www.omg.edu.pl

Zachęcamy Gimnazjalistów do wzięcia udziału w zawodach

Jak wystartować w OMG

Wystarczy rozwiązać co najmniej jedno z poniższych zadań i swoje rozwiązania przesłać do właściwego Komitetu Okręgowego OMG, **najpóźniej dnia 26 października 2009 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

Aby zakwalifikować się do kolejnego etapu Olimpiady, nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań. Progi kwalifikacyjne są każdego roku inne i zależą od liczby uczestników, jakości rozwiązań i trudności zadań.

Adresy Komitetów Okręgowych, informacje o kwalifikacji do zawodów stopnia drugiego, zadania z poprzednich edycji OMG oraz inne informacje można znaleźć na stronie internetowej OMG: `www.omg.edu.pl`

Dlaczego warto wystartować w OMG

Zgodnie z decyzją Ministra Edukacji Narodowej, laureaci OMG są zwolnieni z egzaminu gimnazjalnego z części matematyczno-przyrodniczej i przyjmowani do wybranego liceum w pierwszej kolejności.

Wielu finalistów OMG zostało później laureatami Olimpiady Matematycznej (dla uczniów szkół ponadgimnazjalnych).

Terminarz V Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego	**1 września 2009 r. – 26 października 2009 r.**
Zawody stopnia drugiego	**9 stycznia 2010 r.**
Zawody stopnia trzeciego	**20–21 marca 2010 r.**

Komitet Główny
Olimpiady Matematycznej
Gimnazjalistów

Zadania konkursowe zawodów stopnia pierwszego

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych a, b, c, dla których $a^2 = b^2 + c$.

Zadanie 2. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD. Wyznacz wszystkie punkty P leżące wewnątrz tego trapezu i spełniające równość

$$[PAB] + [PCD] = [PBC] + [PDA],$$

gdzie $[XYZ]$ oznacza pole trójkąta XYZ.

Zadanie 3. Liczby całkowite a, b, c, d spełniają układ równań

$$\begin{cases} a+b+c+d = 101 \\ ab+cd = 200. \end{cases}$$

Wykaż, że dokładnie jedna z liczb a, b, c, d jest nieparzysta.

Zadanie 4. Dany jest 18-kąt foremny $A_1A_2\ldots A_{18}$. Wykaż, że czworokąt ograniczony prostymi A_2A_7, A_3A_{15}, A_6A_{12} i $A_{10}A_{17}$ jest prostokątem. Czy ten prostokąt jest kwadratem?

Zadanie 5. Przy każdym wierzchołku 55-kąta foremnego napisano liczbę całkowitą. Żadna z tych liczb nie jest podzielna przez 5. Wykaż, że istnieją takie dwie liczby a i b, napisane przy sąsiednich wierzchołkach tego wielokąta, że liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 5.

Zadanie 6. Czworościan foremny o krawędzi 1 przecięto płaszczyzną tak, że w przekroju otrzymano czworokąt. Jaki jest najmniejszy możliwy obwód tego czworokąta? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 7. Dana jest taka liczba rzeczywista a, że liczby $a^2 + a$ oraz $a^3 + a$ są wymierne. Udowodnij, że liczba a jest wymierna.