

XIX Olimpiada Matematyczna Juniorów 2023/2024

Zawody pierwszego stopnia OMJ składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna

Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przesłać listem poleconym do właściwego Komitetu Okręgowego OMJ – bezpośrednio lub za pośrednictwem szkolnego koordynatora OMJ – najpóźniej dnia **16 października 2023 r.** (decyduje data stempla pocztowego)

2. Część testowa

W dniu **28 września 2023 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony test pisemny w szkołach, które zarejestrowały swój udział w OMJ. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej. Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omj.edu.pl

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!

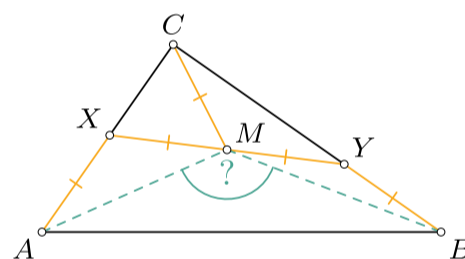
Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

1. Wyznacz wszystkie takie liczby naturalne n , że liczba $\underbrace{11\dots1}_{n-1}\underbrace{99\dots9}_{n-1}9$ jest pierwsza.

2. Punkty X oraz Y leżą odpowiednio na bokach AC oraz BC trójkąta ABC . Punkt M jest środkiem odcinka XY . Załóżmy, że

$$AX = MX = MC = MY = BY.$$

Wyznacz miarę kąta AMB .

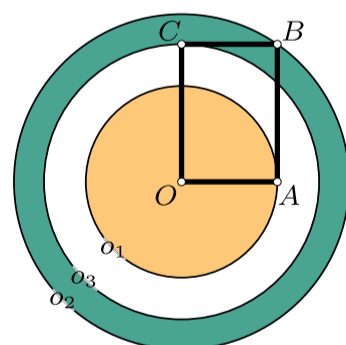


3. Tomek ma do dyspozycji n jednakowych patyczków, z których układa liczby wielocyfrowe (rysunek przedstawia wygląd układanych przez Tomka cyfr). Tomek zauważył, że suma cyfr największej z możliwych do ułożenia przez niego liczb jest równa dokładnie n . Wyznacz wszystkie liczby n , dla których taka sytuacja jest możliwa.



4. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze, które można przedstawić jako różnicę sześcianów dwóch liczb pierwszych.

5. Dane są trzy okręgi o_1, o_2, o_3 o wspólnym środku O . Na tych okręgach leżą odpowiednio punkty A, B, C , przy czym czworokąt $ABCO$ jest prostokątem. Wykaż, że pole koła ograniczonego okręgiem o_1 jest równe polu pierścienia kołowego ograniczonego okręgami o_2 i o_3 .

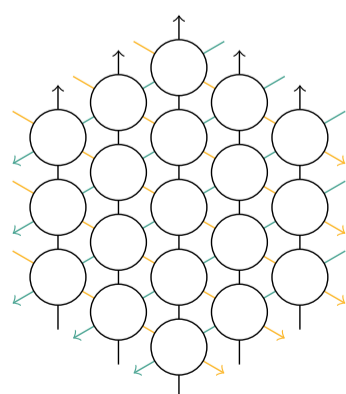


6. Dane są liczby rzeczywiste a, b, c . Udowodnij, że jeżeli pewne dwie z liczb

$$ab+b+1, \quad bc+c+1, \quad ca+a+1$$

są równe 0, to także trzecia z nich jest równa 0.

7. Czy w pola diagramu przedstawionego na rysunku obok można wpisać liczby całkowite od 11 do 29, każdą dokładnie raz, w taki sposób aby sumy liczb na wszystkich piętnastu odcinkach oznaczonych strzałkami były równe? Odpowiedź uzasadnij.



Terminarz XIX Olimpiady Matematycznej Juniorów 2023/2024

zawody stopnia pierwszego
od 1 września 2023 r.
do 16 października 2023 r.

część testowa w szkołach
28 września 2023 r. godz. 9.00

zawody stopnia drugiego
13 stycznia 2024 r.

zawody stopnia trzeciego
16 marca 2024 r.

uroczyste zakończenie OMJ
17 marca 2024 r.

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMJ

Zostając finalistą OMJ, możesz kontynuować naukę w dowolnej szkole średniej. Zostaniesz do niej przyjęty z pominięciem standardowej procedury rekrutacyjnej.

Próbując swoich sił w OMJ, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej w szkole średniej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.

Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki.