

VIII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego (1 września – 29 października 2012 r.)

Zawody pierwszego stopnia OMG składają się z dwóch niezależnych części.

1. Część korespondencyjna

Zadania tej części zamieszczone są poniżej. Ich rozwiązania (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMG, który prześle je do właściwego Komitetu Okręgowego OMG, najpóźniej dnia **29 października 2012 r.** (decyduje data stempla pocztowego).

2. Część testowa

W dniu **18 października 2012 r. o godz. 9.00** zostanie przeprowadzony w gimnazjach test pisemny. Informacje o szczegółach organizacyjnych testu można uzyskać od szkolnego koordynatora. Wynik w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów zdobytych w obu częściach: korespondencyjnej i testowej.

Uwaga: Nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań!

Każdy uczeń, który weźmie udział w teście lub prześle rozwiązanie przynajmniej jednego zadania z części korespondencyjnej, stanie się uczestnikiem Olimpiady i w zależności od uzyskanego wyniku może zostać zakwalifikowany do zawodów stopnia drugiego.

Wszelkie szczegółowe informacje dotyczące zawodów znajdują się na stronie Olimpiady: www.omg.edu.pl

Trzy powody, dla których warto wystartować w OMG

1. Udział w teście jest doskonałą okazją do sprawdzenia się w warunkach egzaminu zewnętrznego z matematyki. Egzamin gimnazjalny już niebawem!
2. Próbuąc swoich sił w OMG, przygotowujesz się do udziału w Olimpiadzie Matematycznej (OM) w szkole ponadgimnazjalnej. Sukces w OM to przepustka na wymarzony kierunek studiów, nie tylko związany bezpośrednio z matematyką.
3. Odnosząc sukces w OMG, nie zdajesz egzaminu gimnazjalnego z matematyki oraz wybierasz dowolną szkołę ponadgimnazjalną, w której chcesz kontynuować naukę.

Terminarz VIII Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów 2012/2013

- zawody stopnia pierwszego od 1 września 2012 r. do 29 października 2012 r.
- test pisemny w szkołach 18 października 2012 r., godz. 9.00
- zawody stopnia drugiego 5 stycznia 2013 r.
- zawody stopnia trzeciego 16-17 marca 2013 r.

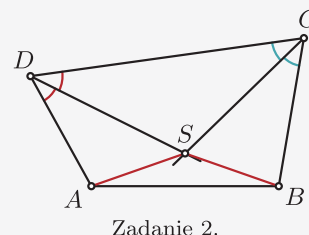
Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia — część korespondencyjna

1. Wykaż, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej n , liczby

$$n, n^5, n^9, n^{13}, n^{17}, \dots$$

mają jednakowe cyfry jedności.

2. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $AD + BC = CD$. Dwieścienne kątów BCD i CDA przecinają się w punkcie S . Udowodnij, że $AS = BS$.

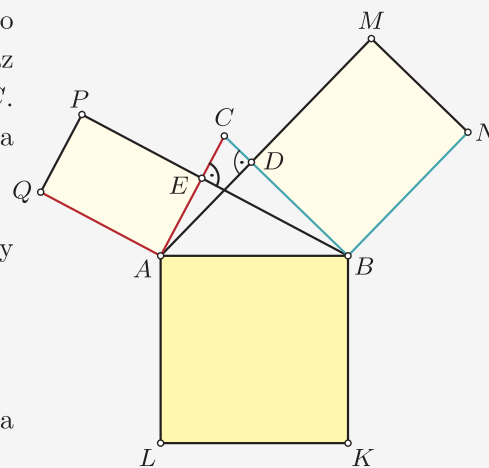


Zadanie 2.

3. Liczba naturalna n jest co najmniej trzycyfrowa. Jeżeli pomiędzy cyfrę setek a cyfrę dziesiątek tej liczby wpiszemy znak mnożenia, to po wykonaniu mnożenia otrzymamy połowę liczby n . Wyznacz wszystkie liczby n o tej własności.

4. W balu wzięło udział 102 królewiczów i 103 królewny. Po balu okazało się, że każdy królewicz zatańczył z taką samą liczbą królewn. Udowodnij, że pewne dwie królewny zatańczyły z taką samą liczbą królewiczów.

5. Odcinki AD i BE są wysokościami trójkąta ostrokątnego ABC . Po zewnętrznej stronie trójkąta ABC zbudowano kwadrat $ABKL$ oraz prostokąty $BDMN$ i $AEPQ$, przy czym $BN = BC$ oraz $AQ = AC$. Udowodnij, że suma pól prostokątów $BDMN$ i $AEPQ$ jest równa polu kwadratu $ABKL$.



Zadanie 5.

6. W ostrosłup $SABCD$, którego podstawą jest czworokąt wypukły $ABCD$, można wpisać sferę. Udowodnij, że

$$\angle ASB + \angle CSD = \angle BSC + \angle DSA.$$

7. Wyznacz wszystkie dodatnie liczby całkowite n , dla których liczba $n^3 - 7n$ jest kwadratem liczby całkowitej.