Imiona:

Nazwisko: Klasa:

XVII Olimpiada Matematyczna Juniorów

Zawody stopnia pierwszego — część testowa

(23 września 2021 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imiona, nazwisko oraz numer klasy.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe (przy czym może się zdarzyć, że wszystkie trzy stwierdzenia w obrębie jednego zadania są fałszywe). Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.
W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony. Nie używaj korektora.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

T a) dodatnia;

T b) nieparzysta;

N ~~T~~ c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

1. Istnieje taka liczba naturalna, której każda cyfra jest równa 2 lub 6 i która jest podzielna przez

a) 4;

b) 5;

c) 9.

2. Istnieją takie dwa trójkąty, których część wspólna jest

a) pięciokątem;

b) sześciokątem;

c) siedmiokątem.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

3. Suma pięciu parami różnych dodatnich liczb całkowitych jest równa 17. Wynika z tego, że jedną z tych pięciu liczb jest

- a) 2;
- b) 3;
- c) 4.

4. Istnieją takie liczby całkowite x, y, z, że ujemna jest każda z liczb

- a) $x+y$, $y+z$, $z+x$;
- b) $x-y$, $y-z$, $z-x$;
- c) $x\cdot y$, $y\cdot z$, $z\cdot x$.

5. Liczba naturalna n jest podzielna przez 2, a liczba $n+1$ jest podzielna przez 3. Wynika z tego, że

- a) liczba $n+2$ jest podzielna przez 4;
- b) liczba $n+3$ jest podzielna przez 5;
- c) liczba $n+4$ jest podzielna przez 6.

6. Liczby całkowite a oraz b spełniają nierówność $a^3 \geqslant b^2$. Wynika z tego, że

- a) $a \geqslant 0$;
- b) $b \geqslant 0$;
- c) $2a+b \geqslant 0$.

7. Istnieje taki trójkąt, który można rozciąć na dwa trójkąty

- a) ostrokątne;
- b) prostokątne;
- c) rozwartokątne.

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

8. Z pewnej liczby prostopadłościennych klocków o wymiarach $1 \times 2 \times 3$ można zbudować prostopadłościan o wymiarach

- a) $4 \times 4 \times 4$;
- b) $5 \times 6 \times 7$;
- c) $7 \times 8 \times 9$.

9. Liczba dodatnich dzielników dodatniej liczby całkowitej a jest większa od liczby dodatnich dzielników dodatniej liczby całkowitej b. Wynika z tego, że

- a) liczba a jest większa od liczby b;
- b) liczba $a+1$ ma więcej dodatnich dzielników niż liczba $b+1$;
- c) liczba $2a$ ma więcej dodatnich dzielników niż liczba $2b$.

10. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A ma miarę $60°$. Wysokość CD dzieli bok AB na odcinki długości $AD = 2$ i $BD = 6$. Wynika z tego, że

- a) jeden z boków trójkąta ABC jest dwa razy dłuższy od innego boku tego trójkąta;
- b) jeden z kątów trójkąta ABC jest dwa razy większy od innego kąta tego trójkąta;
- c) pole trójkąta BCD jest dwa razy większe od pola trójkąta ACD.

11. Liczby dodatnie x oraz y spełniają równość $x + y = x \cdot y$. Wynika z tego, że liczba $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ jest równa

- a) $\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$;
- b) $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{1}{y-1}$;
- c) 1.

12. Istnieje taki sześcian, że długość jego krawędzi jest liczbą naturalną oraz

- a) suma długości jego wszystkich krawędzi jest kwadratem liczby naturalnej;
- b) jego pole powierzchni całkowitej jest kwadratem liczby naturalnej;
- c) jego objętość jest kwadratem liczby naturalnej.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki

Imiona:

Nazwisko: Klasa:

13. Punkt P leży wewnątrz trójkąta ABC. Wynika z tego, że

a) suma długości odcinków AP i BP jest większa od długości odcinka CP;

b) suma obwodów trójkątów ACP i BCP jest większa od obwodu trójkąta ABP;

c) suma pól trójkątów ACP i BCP jest większa od pola trójkąta ABP.

14. W gronie sześciu osób każda zna dokładnie trzy spośród pozostałych pięciu osób, przy czym jeśli osoba A zna osobę B, to również osoba B zna osobę A. Wynika z tego, że

a) pewne trzy spośród tych sześciu osób wzajemnie się znają;

b) pewne trzy spośród tych sześciu osób wzajemnie się nie znają;

c) można te sześć osób podzielić na trzy pary znających się osób.

15. W pewnym ostrosłupie prawidłowym czworokątnym długość krawędzi podstawy jest równa 2, a długość krawędzi bocznej jest równa b. Wynika z tego, że

a) $b > \sqrt{2}$;

b) wysokość tego ostrosłupa jest mniejsza od b;

c) pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest większe od 4.

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest finansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji i Nauki

Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

Ministerstwo Edukacji i Nauki